

•-----•
தொடக்கக்கல்வி ஆசிரியர் பட்டயக் கல்வி
DIPLOMA IN ELEMENTARY EDUCATION D.El.Ed.
•-----•

பருவம் - 1

தாள் -105
கணிதம் - கற்றலும் கற்பித்தலும்



கேரள அரசு
பொதுக் கல்வித்துறை

மாநிலக் கல்வியாராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம் (SCERT), கேரளம்
2019

State Council of Educational Research and Training (SCERT)

Poojappura, Thiruvananthapuram 695012, Kerala

Website : www.scertkerala.gov.in, *e-mail* : scertkerala@gmail.com

Phone : 0471 - 2341883, Fax : 0471 - 2341869

Typesetting and Layout : SCERT

©

Department of Education
Government of Kerala

முன்னுரை

2018-19 கல்வி வருடம் முதல் சீரமைத்த டி.எல்.எட் பாட ஏற்பாட்டில் நாம் பயணம் செய்கிறோம் அல்லவா. கணிதக் கற்றல் கடினமான ஒரு பாடம் என்ற எண்ணம் இன்றும் சில இடங்களில் நிலைநிற்கிறது. ஆனால் சென்ற இருபது வருடங்களாக நாம் கேரளத்தில் நடைமுறைபடுத்திய செயல்பாட்டு அடிப்படையிலமைந்த பாட ஏற்பாடு கணிதம் கற்பித்தலுக்கு புதிய பரிமாணத்தையும், நிலைகளையும் ஏற்படுத்தியுள்ளது. மாற்றப்பட்ட கணித அணுகுமுறைக்கு மாறாக, பயன்பாடும், செயல்பாடும் சார்ந்த முறையில் கருத்துகளைப் புரிந்துகொண்ட பின்னரே 'அல்கோரித முறை' யில் நுழைய வேண்டும் என்பதே புதிய கண்ணோட்டமாகும். அல்கோரித முறையில் குறிப்பிட்ட ஒழுங்குமுறையில் மட்டுமே தொடர்ந்து வரும் நிலைகளில் செல்லவேண்டும் என எளிதாகக் கூறலாம். ஆசிரியப்பயிற்சி மாணவர்கள் புதிய கணித கற்பித்தல் முறைகளையும், அணுகுமுறையையும் சரியாகப் புரிந்துகொள்ள வேண்டும். கணித உள்ளடக்கத்தை கற்றுக் கொள்வதை விட முக்கியமானது கணித அணுகுமுறைகளையும், கற்பித்தல் முறைகளையும் கற்றுக் கொள்வதாகும்.

டி.எல்.எட் கணித ஏற்பாடு நான்கு பருவங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. முதல் பருவத்தில் கணிதத்தின் தன்மையும், அமைப்பும், கணிதக் கற்பித்தல் அணுகுமுறையும் முறைகளும், கணித அறிவியலின் வளர்ச்சியும் மேம்பாடும் என்னும் அலகுகள் உட்படுத்தப்பட்டுள்ளன. தொடர்ந்து வரக்கூடிய அலகுகள் கணிதத்தின் உள்ளடக்கம் சார்ந்த கலந்துரையாடல்களுக்கு செல்கிறது. இரண்டாம் பருவத்தில் முறையே தொடக்கநிலை, உயர் தொடக்கநிலை கணிதப் பாடங்களை முதன்மைப்படுத்தி பள்ளிக்கூட அனுபவநிகழ்வுகளும், கற்பித்தல் பயிற்சியும் பலன்தரும் முறையில் நடத்துவதற்குத் துணைபுரியும் அலகுகள் உட்படுத்தப்பட்டுள்ளன. அதுமட்டுமல்லாது பள்ளிக்கூட அளவில் மதிப்பீடு செய்தல், கற்பித்தல் முறையிலான பகுப்பாய்வு (பெடகோஜிக்கல் அனாலிஸிஸ்) ஆகியவற்றையும் கற்பித்தல் பருவங்களில் கலந்துரையாடல் நடத்த வேண்டும்.

சிறந்த கணித ஆசிரியர்களாகத் திகழ்வதற்கான உட்காட்சியும், பயிற்சியும் புதிய பாட ஏற்பாட்டில், எல்லா மாணவர்களுக்கும் கிடைக்குமென எதிர்பார்க்கிறோம். அதற்காக மாணவர்களுக்குத் துணைபுரியும் கருவிகள் மட்டுமல்லாது அங்கீகரிக்கப்பட்ட பிற நூல்களையும் பார்வையிட வேண்டும் என்பதையும் நினைவுபடுத்துகிறோம். உங்களுடைய ஆசிரியரின் உதவியும், செயல்பாட்டு அனுபவமும் இதற்கு உங்களுக்கு உதவியாயிருக்கும்.

டாக்டர். ஜெ. பிரசாத்

இயக்குநர்

எஸ்.சி.இ.ஆர்.டி. கேரளம்

உள்ளடக்கம்

பருவம் - 1

தாள்-105 கணிதம் - கற்றலும் கற்பித்தலும்

- அலகு 1 - கணிதவியலின் இயல்பும் அமைப்பும்
- அலகு 2 - கணிதவியலின் வளர்ச்சியும் முன்னேற்றமும்
- அலகு 3 - கணிதக்கல்வி அணுகுமுறையும் கற்றல் - கற்பித்தல் முறைகளும் உத்திகளும்
- அலகு 4 - பிரச்சினைத் தீர்வு - கணிதக்கல்வியில்
- அலகு 5 - தகவல் தொழில்நுட்பம் - கணிதக் கல்வியில்
- அலகு 6 - தொடக்க நிலை வகுப்புகளில் கணிதம் - உள்ளடக்கப் பகுப்பாய்வு.

அலகு - 1

கணிதவியலின் இயல்பும் அமைப்பும்

முன்னுரை

ஒவ்வொரு பாடப்பிரிவிற்கும் அதனதன் சிறப்பியல்புகள் உண்டு. மொழிப்பாடங்களும், அறிவியல் பாடங்களும் அவற்றின் தன்மையில் நிறைய வேறுபாடுகளைக் கொண்டுள்ளன. அறிவியல்களின் அரசியான கணிதவியல் பிற பாடப் பிரிவுகளிலிருந்து சில சிறப்பியல்புகளால் தனித்துவம் மிக்கதாக விளங்குகிறது. நுண் கருத்துக்களுக்கும், பிரச்சினைப் பகுப்பாய்வுக்கும், பகுத்தறிவுச் சிந்தனைக்கும் அளிக்கும் முக்கியத்துவமும், கணிதவியலை தனித்துவம் உடையதாக மாற்றுகிறது. ஒரு தொடக்கப்பள்ளி ஆசிரியர் என்ற முறையில் கணிதவியலின் சிறப்பியல்புகளையும், அமைப்பையும் பற்றித் தெரிந்து கொள்வது முக்கியமாகும். என்றால் மட்டுமே, சரியான பாட அணுகுமுறையைப் புரிந்து கொள்வதற்கும். வேலையில் புகழ்பெறவும் இயலும்.

கற்றல் அடைவுகள்	முக்கிய கருத்துக்கள்
<ul style="list-style-type: none"> கணிதவியல் என்றால் என்ன? எதற்கு? என்பதை தனது மொழியில் விளக்குதல். 	<ul style="list-style-type: none"> எண்களின் அறிவியலே கணிதம். எல்லா அறிவியல்களுக்கும் கணிதம் அடிப்படையாகும். அமைப்புகளையும் தொடர்புகளையும் குறித்த கல்வியே கணிதம்.
<ul style="list-style-type: none"> கணிதம் ஒரு மொழி. கணிதம் வாயிலாகக் கருத்துப் பரிமாறுவதற்கான வாய்ப்புகள். 	<ul style="list-style-type: none"> கணிதம் ஒரு மொழி. கணிதம் வாயிலாகக் கருத்துப் பரிமாற்றம். (வரைபடம், அட்டவணை, விளக்கப்படம்) கருத்துகளை நுட்பமாகவும், சுருக்கமாகவும் தெரிவிப்பதற்கான ஒரு வழிமுறை
<ul style="list-style-type: none"> கணிதம் அன்றாட வாழ்வில் ஒரு கருவியாகும். 	<ul style="list-style-type: none"> அன்றாட வாழ்வில் பல்வேறு சூழ்நிலைகளில் பிரிச்சினைத் தீர்விற்கு கணிதம் பயன்படுகிறது.
<ul style="list-style-type: none"> கணிதச் சிந்தனையை வளர்ப்பதில் அறிவு பூர்வமான சிந்தனையின் முக்கியத்துவத்தை அறிதல். கணிதத்தின் இயல்பை அடிப்படையாகக் கொண்டு சிந்தனையின் கணித மயமாக்குதலைத் தெரிந்து கொள்ளுதல். 	<ul style="list-style-type: none"> கணிதம் அறிவு பூர்வமான சிந்தனையை அடிப்படையாகக் கொண்டது. எந்த ஒரு கணிதக் கருத்தும் காரண-காரியத் தொடர்பை கண்டு பிடித்து அறிவு பூர்வமாகச் சிந்தனை செய்து நிறுவுவதற்கான திறனை அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளது.

<ul style="list-style-type: none"> • கணிதம் கற்றலில் காட்சிப் படுத்துதலின் வாய்ப்புக்களை அறிந்து கொள்கின்றனர். 	<ul style="list-style-type: none"> • நுண் கருத்துக்களை (எளிதாகப் புரிந்துகொள்ள) காட்சிப் படுத்தல் பயன்படுகிறது. • காட்சிப்படுத்துதல் வாயிலாக கணிதக் கருத்துருவாக்கமும், பிரச்சினைத் தீர்வும் எளிதாக அமையும்.
<ul style="list-style-type: none"> • துல்லியம், நுட்பம் இவற்றிற்கு கணிதம் கற்றலில் உள்ள முக்கியத்துவம் பிரித்தறிகின்றனர். 	<ul style="list-style-type: none"> • பிரச்சினை தீர்வுக்கு, துல்லியமும், நுட்பமும் கடைபிடிக்க வேண்டும். • துல்லியம், நுட்பம், இவற்றின் அளவுகோல் சந்தர்பங்களுக்கு ஏற்ப மாறுபடும் (Context sensitive)
<ul style="list-style-type: none"> • கணிதம் கற்றலில் நுண்கருத்துகளை பருப்பொருட்கள் / அனுபவங்களின் உதவியுடன் விளக்குகின்றனர். 	<ul style="list-style-type: none"> • நுண்கருத்து/ பருக்கருத்து • நுண்மையான கணிதக் கருத்துக்களை பருப்பொருட்கள் / அனுபவங்களின் உதவியுடன் வெளியிட இயலும்.
<ul style="list-style-type: none"> • பிற பாடங்களோடு கணிதத்திற்குள்ள தொடர்பை கண்டறிந்து விளக்குகின்றனர். 	<ul style="list-style-type: none"> • எல்லா பாடங்களும் கணிதத்தோடு நேராகவோ/மறைமுகமாகவோ தொடர்பு கொண்டுள்ளது.
<ul style="list-style-type: none"> • கணிதம் கற்றலின் பகுதியாக மாணவர்களில் உருவாக வேண்டிய நற்பண்புகளையும், மனப்பான்மையையும் கண்டறிகின்றனர். 	<ul style="list-style-type: none"> • கணிதக் கற்றலில் பல்வேறு நற்பண்புகள் மாணவர்கள், உட்கொள்கின்றனர். • நடைமுறை அறிவு • மனதை ஒரு முகப்படுத்தல் • அழகுணர்ச்சி • அறிவியல் கண்ணோட்டம்.

கணிதவியலின் இயல்பு

“கோட்டையின் உள்ளேதான் நிதி பாதுகாக்கப்படுகிறது. கோட்டையின் நான்கு வாசல்களிலும் காவல்காரர்கள் நிறுத்தப்பட்டுள்ளனர்” அவர்களிடம் அரசர் கூறினார். முதலில் நிற்பவர் ஒவ்வொரு மூன்று மணி நேரம் முடியும்போது பதினைந்து நிமிடங்கள் ஓய்வெடுக்கலாம். இரண்டாவதாக நிற்பவர் ஒவ்வொரு நான்கு மணி நேரம் முடியும்போது பதினைந்து நிமிடங்கள் ஓய்வெடுக்கலாம். மூன்றாவதாக நிற்பவர் ஒவ்வொரு ஐந்து மணி நேரம் முடியும்போதும் நான்காவதாக நிற்பவர் ஒவ்வொரு ஆறுமணிநேரம் முடியும்போதும் பதினைந்து நிமிடங்கள் ஓய்வெடுக்கலாம். அப்படியானால் ஒருவர் ஓய்வெடுக்கும்போது மற்றவர்கள் காவலுக்கு நிற்பார்கள் என அரசர்

கணக்கிட்டார். ஆனால், புத்திசாலியான ஒரு கள்வன் நான்குபேரும் ஒரே நேரத்தில் ஓய்வெடுக்கும் நேரம் வரும் என்பதைப் புரிந்துகொண்டு நிதியைக் களவாடிச் சென்றான். ஞாயிற்றுக்கிழமை மதியம் பன்னிரண்டு மணிக்குக் காவல் நேரம் தொடங்கியது எனில் எந்த நேரத்தில் நிதி களவாடப்பட்டிருக்கும்?

விடை கண்டுபிடிக்கவும்.

விடை கண்டுபிடிப்பதற்கு நீங்கள் ஆலோசித்த வழிமுறை எது?

கணிதம் சார் சிந்தனைகளில் எவற்றின் வழியாக நீங்கள் சென்றீர்கள்?

சின்ன வகுப்பு முதல் இத்தகைய இரசனை மிக்கதும் சிந்தனையொளி தருகின்றதுமான கணிதக் கருத்துக்களை நாம் உட்கிரகிப்பதுடன் பல்வேறு சூழல்களில் நடைமுறைப்படுத்தவும் செய்கின்றோம். ஆசிரியப் பயிற்சிக் கல்வியின் ஒரு கற்றல் பொருள் என்ற நிலையில் கணிதம் குறித்தும் அதன் சிறப்பியல்புகள் குறித்தும் இனியும் நாம் அறிந்துகொள்ள வேண்டியன உள்ளன.

கணிதவியல் என்பது என்ன? எதற்காக?

எண்கள் வாயிலாக உலகைப் பகுப்பாய்வு செய்வதுடன் விளக்குதல் என்பதும் கணிதத்தின் அடிப்படையான இயல்பாகும். பலவேளைகளிலும் கருத்தாக்கங்களை எண்களைப் பயன்படுத்தி விவரிக்கும் போதே தெளிவாகப் புரிந்துகொள்ள இயல்கின்றது. இயற்கைசார் அற்புத நிகழ்வுகளில் உட்கலந்துள்ள எண்சார் தொடர்புகளை இயற்கணிதச் சமன்பாடுகளில் வெளியிடும்போதே நுட்பமான அறிவுகளும் மிகச்சரியான கூற்றுக்களும் கிடைக்கின்றன. இவ்வாறு பார்க்கும்போது எண் முக்கியத்துவம் வாய்ந்த ஒரு மொழியே கணிதம் எனக் கூறலாம். நடைமுறை சார்ந்த பரிமாற்றங்களுக்கும் மேலாகப் படைப்புத்திறன் சார்ந்த ஒரு பண்பு மொழிக்கு உள்ளது போன்றே கணிதத்திற்கும் நடைமுறை சார்ந்த கணக்கீடுள் மட்டுமல்லாமல் அறிவார்ந்த சுதந்திரச் சிந்தனையோட்டங்களும் உள்ளன.

கருத்தாக்கங்களை எண்களைப் பயன்படுத்தி உட்கிரகிப்பதுடன் விளக்குதலுக்கும் கணிதவியல் கல்வி மிக முக்கியத்துவம் வழங்குகிறது. வாழ்க்கையின் அனைத்துத் துறைகளிலும் கணிதவியல் கல்வி மிகுந்த செல்வாக்குச் செலுத்துகின்றது. கணித வாய்ப்புகளைப் பயன்படுத்தாத ஒரு நாள் கூட இல்லை எனலாம். கணிதவியல் கல்வி சிந்தனையைத் தெளிவுபடுத்துவதுடன் கருத்துக்களை அறிவியல் சார்ந்து பகுத்தாராயவும் துணை புரிகின்றது. பிற பாடங்களைக் கற்பதிலும் கணிதவியல் பிரிக்க முடியாத காரணியாக அமைந்துள்ளது. உங்களுக்குக் கணிதம் சார்ந்த பல வரையறைகள் அறிமுகம் ஆகியிருக்கலாம். ஜி.எச்.ஹார்டி கணிதம் பற்றிக் கூறியதைக் பார்க்கவும்.

“A mathematician, like a painter or a poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with ideas”:

G.H. Hardy, 1940

கணித அறிஞர் ஒரு கலைஞரும் கவிஞரும் ஆவார் என்ற அன்னாரின் கருத்து உங்களுக்கு ஏற்புடையதா? பல்வேறு காலகட்டங்களில் வாழ்ந்தவர்களின் கணிதவியல் குறித்துள்ள பார்வை மிகச் சுவையானது. அவற்றுள் சிலவற்றைப் பார்ப்போம்.

• யதாசிகாமயூராணாம்

நாகனாம்மணயோ ததா

தத் வத் வேதாங்க சாஸ்த்ராணாம்

கணிதம் மூர்த்தனி ஸ்திதம் - வேதாங்க சோதிடம் கி.மு. 1200

(மயிலின் தலை உச்சி போலவும் பாம்பின் மாணிக்கக்கல் போலவும் வேதங்களில் கணித ஒளி வீசுகின்றது.)

- கணிதம் அமைப்புகளையும் (Pattern) அவற்றின் தொடர்புகளையும் குறித்துள்ள கல்வியாகும்.
- கணிதம் கருத்துப்பரிமாற்றத்திற்கு உரிய கருவியாகும்.
- அளவுகள், எண்கள் என்பனவற்றின் தொடர்புகள் உட்படுகின்ற அறிவியலே கணிதம்.
- கணிதம் ஒரு கலையும் ஒருமொழியும் அறிவியலும் ஆகும். (Mathematics is an art, language and science)
- கணிதம் எண்களின், வடிவங்களின், அளவுகளின் அறிவியலாகும். (Mathematics is a science of numbers, shapes and measurements).

கணிதம் பற்றிச் சிலர் கூறும் கருத்துக்களைப் பார்க்கவும்.....

- The science of quantity – *Aristotle*
- The abstract science which investigates deductively the conclusions implicit in the elementary conceptions of spatial and numerical relations, and which includes as its main divisions geometry, arithmetic, and algebra – *Oxford English Dictionary*.
- The study of measurements, properties, and relationships of quantities and sets, using numbers and symbols – *American Heritage Dictionary, 2000*.
- The science of structure, order and relation that has evolved from elemental practices of counting, measuring and describing the shapes of objects – *Encyclopedia Britannica, 2006*.

கணிதவியலைக் கவித்துவத்துடன் காணக்கூடிய வரையறைகளும் உள்ளன.

- Mathematics is the music of reason – *James Joseph Sylvester*.
- Go down deep enough into anything and you will find mathematics. - *Dean Schlicter*.
- "Just because we can't find a solution, it doesn't mean that there isn't one." - *Andrew wiles*.
- "Mathematics is the gate and key to science." - *Roger Bacon*.
- Mathematics is not about numbers, equations, computations, or algorithms: it is about understanding." - *William paul Thurston*.
- Without mathematics, there's nothing you can do. Everything around you is mathematics. Everything around you is numbers." - *Shakuntala Devi*

கணித நூல்களிலிருந்தும் இணையதளத்திலிருந்தும் மேலும் சில வரையறைகளைக் கண்டுபிடிக்கவும். ஒவ்வொரு வரையறையினுடையவும் அறிவார்ந்த பார்வையினையும் வாய்ப்பினையும் சோதித்துப்பார்க்கவும். இவற்றின் அடிப்படையில் சுயமாக வரையறைகளை உருவாக்கி சுவர்ப்பத்திரிகையில் வெளியிடவும். வேறுபட்டனவற்றை உட்படுத்தி தனிநபர் படைப்புகள் தயாராக்கி வெளியிடவும் வேண்டும்.

மதிப்பீடு

- தனிநபர் தயாராக்கிய வரையறைகளின் சுவர்ப்பத்திரிகை

கணிதம் பற்றிய வெவ்வேறு கண்ணோட்டங்கள்

கீழ்க்காணும் படங்களைப் பார்க்கவும்.

பத்திரிகை, இதழ்களில் வெவ்வேறு மண்டலங்களுடன் தொடர்பு கொண்டு வந்துள்ள அறிக்கைகளே இவை. இவற்றில் கணிதம் சார்ந்த கருத்துக்களும் குறியீடுகளும் எவ்வாறு உள்ளன? அவை யாவை?

பல்வேறு மண்டலங்களுடன் தொடர்புள்ள தகவல்களைத் தெளிவாகவும் விரிவாகவும் நன்கு விளக்க கணிதக் குறியீடுகள் எத்தகைய பயன்பாடு உடையன?

செயல்பாடு

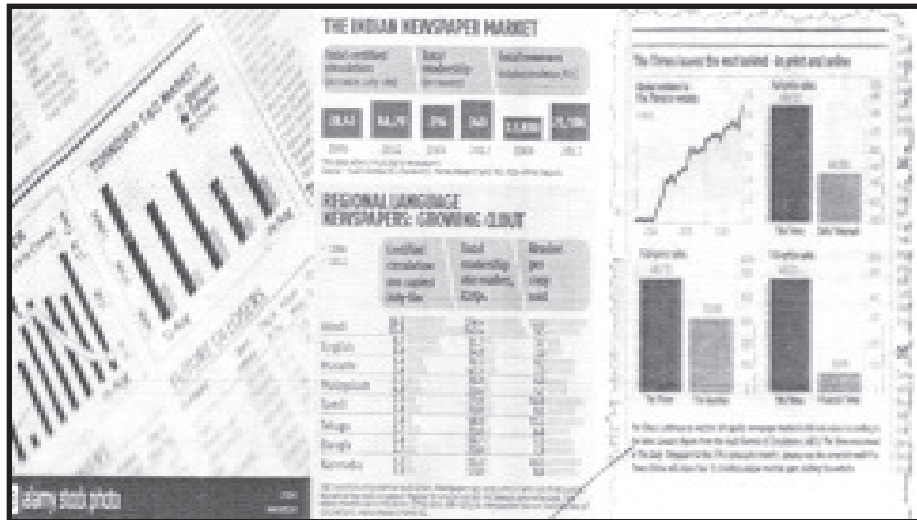
நீங்கள் திரட்டுகின்ற இத்தகைய அறிக்கைகளின் உதவியுடன் கருத்துப்பரிமாற்றத்திற்குக் கணிதம் எவ்வாறு துணைபுரிகின்றது எனக் கலந்துரையாடிக் கண்டுபிடிக்கவும். குறிப்புகள் தயாராக்கி வகுப்பில் வெளியிடவும்.

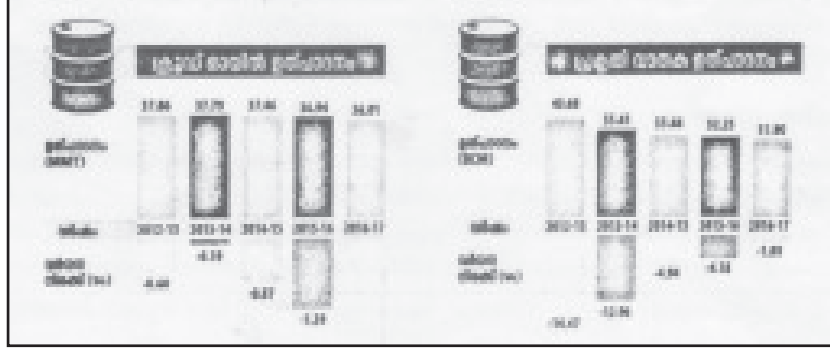
• கணிதம் ஒருமொழி

மொழி கருத்துப்பரிமாற்றத்திற்கு உரியது. கணிதத்தின் சுருக்க எழுத்துக்கள், அட்டவணைகள், வரைபடங்கள், படங்கள், வடிவங்கள், அடையாளங்கள் என்பனவற்றை உற்றுப்பார்ப்பதன் வாயிலாக ஏராளமான விவரங்களைச் சுருக்க வடிவில் விரைவாகவும் எளிதாகவும் சாதாரண மனிதர்களுக்குக் கூடப் புரிந்துகொள்ள முடியும். அதனால் கணிதத்தையும் ஒரு மொழியாகக் கருதலாம்.

பெரியது, சிறியது, சமம், கூட்டல் எனும் கருத்துக்களுக்கு <, >, =, + எனும் குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

எ.டு. 4 னுடையவும் 5 னுடையவும் தொகை 9 என்ற கருத்தை $4+5=9$ எனக் கணித மொழியில் சுருக்கி எழுதலாம்.





கருத்துப் பரிமாற்றக் கருவி.

- கணிதம் ஒரு சிறந்த கருத்துப்பரிமாற்ற வழிமுறை ஆகும்.
- வரைபடங்கள், அட்டவணைகள், படங்கள் போன்றவற்றின் வாயிலாகக் கருத்துப்பரிமாற்றம் மிக விரைவாகவும் எளிதாகவும் நடைபெறமுடியும்.
- திரட்டிய தகவல்களை வரைபடங்கள், அட்டவணைகள் எனும் குறிப்புகள் பயன்படுத்திப் பதிவு செய்வதற்கு உரிய திறனை வளர்த்தல் என்பது கணிதக்கல்வி வாயிலாக இயல்கிறது.

பாடப்புத்தகத்தில் உள்ள பொருத்தமான வாய்ப்புகளைக் கண்டுபிடித்து, கலந்துரையாடி இந்தச் சிந்தனையை மேம்படுத்தலாம்.

மதிப்பீடு

- மொழி வாக்கியங்களும் அதற்குச் சமமான கணித வாக்கியங்களும் எழுதிய குறிப்பு
- கணித அடையாளங்களைப் பயன்படுத்திய கட்டுரைகளின் தொகுப்பு. அவற்றின் கணிதவாய்ப்புகளைக் கண்டுபிடித்த குறிப்பு

கணிதம் அன்றாட வாழ்க்கையின் ஒரு கருவி

அன்றாட வாழ்க்கையுடன் தொடர்புடைய பிரச்சினைகளை நேரிடுவதற்கும் பிரச்சினைகளை அறிவுப்பூர்வமாகப் பகுத்தாராய்ந்தும் பிரச்சினைத் தீர்வு வழிமுறைகளைக் கண்டுபிடித்தும் அவற்றின் வாயிலாக மனித முன்னேற்றத்தை அடைவதுமே கணிதக் கல்வியின் முக்கிய இலக்கு. இதற்குக் குழந்தையைத் தகுதியுடையவனாக ஆக்குவதே ஆசிரியரின் கடமையாகும்.

நடைமுறை வாழ்க்கையில் கணிதம் எங்கெல்லாம் பயன்படுகிறது? சிந்தித்துப் பார்க்கவும்.

சில எடுத்துக்காட்டுகள் இதோ.....

- குடும்ப வரவு செலவுத்திட்டம் தயாராக்குதல்

வரவும் செலவும் ஒன்றுசேராத பல சூழல்கள் வரும்போது வாழ்க்கை இன்னல் மிக்கதாக அமைகிறது. இதற்கு அறிவுப்பூர்வமாகத் தயாராக்கும் வரவுசெலவுத்திட்டம் அவசியமாகும்.

- பொருட்களின் கொடுக்கல் வாங்கல்
- பணப்பரிமாற்றத்துடன் தொடர்பு கொண்டு

- தொழிலுடன் தொடர்பு கொண்டு (வேளாண்மைத் தொழில், வணிகம் சமையல்)

இவ்வாறு பல சூழல்களில் கணிதம் ஒரு முறையில் அல்லது மற்றொரு முறையில் பயன்படுவதைப் பார்க்கலாம்.

மதிப்பீடு

அன்றாட வாழ்க்கையில் கணிதம் பயன்படும் பல்வேறு சூழல்கள் அடங்கிய கலந்துரையாடல் குறிப்பு

நம் கணக்கீடுகள் தவறாக அமையும்போது வாழ்க்கையில் தோல்வியும் கணக்கீடுகள் சரியாக அமையும்போது வாழ்க்கையில் வெற்றியும் நிகழ்கின்றன என்று சொல்வார்கள் இல்லையா?

4-ஆம் வகுப்பு கற்று முடிந்த குழந்தை நால்வகைச் செயல்கள் உட்பட்ட பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வுகாணும் திறன் பெற்றிருக்க வேண்டும். பேரூந்தில் பயணம் செய்யும்போதும், கடையிலிருந்து பொருட்கள் வாங்கும்போதும், சமையல் செய்யும்போதும், கணிதப் பிரச்சினைகளைச் சந்திக்கிறோம். இத்தகைய பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வுகாணும் திறன் தொடக்கநிலைப் பள்ளி வகுப்புகளிலிருந்தே ஒவ்வொரு குழந்தையும் பெறுதல்வேண்டும்.

பல்வேறு அளவுகள் (நீளம், எடை, கொள்ளளவு, நேரம், நாணயங்கள்)

அன்றாட வாழ்க்கையின் பல பிரச்சினைகளும் அளவுகளுடன் தொடர்புடையனவாகும். அதனால் அவற்றின் மிகச் சிறு அளவுகள் குறித்தும் அவை உட்பட்ட பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வுகாணவும் தெரிந்திருக்கவேண்டும். பொருட்களின் கொடுக்கல் - வாங்கலுடன் தொடர்புள்ள வேறுபட்ட அளவுகள் வருகின்றன. அத்துடன் நாணயங்களும் ரூபாய் நோட்டுகளும் பற்றி அறிந்திருக்கவேண்டும். அளவுகளை ஊகிப்பதற்கும் சரியாக அளப்பதற்கும் உரிய திறனை இந்தக்கட்டத்தில் பெற்றிருக்கவேண்டும்.

கணிதத்தின் அறிவார்ந்த சிந்தனை (Logic)

கணிதத்தில் அறிவார்ந்த அமைப்பு உள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, எண்ணல் எண்கள் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது 'ஒன்று' என்ற எண்ணின் மீண்டும் மீண்டும் வரும் கூட்டல் வாயிலாக ஆகும். (அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ள கூட்டல் முறையைப் பார்க்கவும்). எவ்வாறு அறிவார்ந்த முறையில் எண்ணல் எண்கள் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளன என்று கலந்துரையாடவும். 9 வரை உள்ள எண்ணல் எண்களுக்கு அடுத்ததாக, பத்து (10) வடிவம் பெறுவதன் உத்திமுறை எது? 0, 1, 2, - - - -9 வரை உள்ள பத்து இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தும்போது 9க்கு அடுத்ததாக வரவேண்டிய இருஇலக்க எண் 10 ஆகும். இத்தகைய அறிவார்ந்த அமைப்பினைக் கணிதம் முழுவதிலும் காண இயலும்.

1	=	1
1+1	=	2
2+1	=	3
3+1	=	4
4+1	=	5

கணிதக்கல்வி ஒருவரின் புத்திசார்ந்த அனைத்துத் திறன்களும் வளர்ச்சி பெறுவதற்குத் துணை புரிகிறது. அறிவுப்பூர்வமாகச் சிந்திக்கும் திறன் எந்த ஒரு மனிதரின் வாழ்வின் வெற்றிக்கும் மிக அவசியமாகும். கணிதப்பிரச்சினைகளைப் பகுத்தாராய்தல் வாயிலாகவும் தீர்வுவாயிலாகவும் இத்திறன் மேலும் வளர்ச்சி பெறுகிறது. உற்றுநோக்கும் திறன், மனப்பதிவுத்திறன், புதுக்கருத்துக்களைக் கண்டுபிடிக்கும் திறன், உருவாக்கும் திறன் போன்ற திறன்களையும் கணிதக் கல்வி வாயிலாகப் பெறியலும்.

அறிவார்ந்த சிந்தனை வளர்ச்சிக்குத் துணைபுரியும் கற்றல் செயல்பாடுகளைப் பாடப்புத்தகத்திலிருந்து கண்டுபிடிக்கவும்.

எ.டு. ஒரு செவ்வகம் உள்ளது. இந்தச் செவ்வகத்தின் நீளம் 10% கூடவும் அகலம் 10% குறையவும் செய்தால் பரப்பளவில் மாற்றம் உண்டாகுமா? உண்டெனில் எத்தனை சதவீதம்? இத்தகைய எந்த ஒரு நடைமுறைப் பிரச்சினையும் அறிவார்ந்த சிந்தனை வளர்ச்சிக்குத் துணைபுரிகிறது.

சிந்தனையைக் கணிதமயமாக்குதல் (Mathematisation of thought process)

தேசிய பாட ஏற்பாடு வலைச்சட்டகத்தின் பகுதியான (NCF 2005) கணிதம் குறித்துள்ள கருத்துப்பதிவில் கணிதத்தின் முக்கிய நோக்கமாகச் சொல்லப்பட்டுள்ளது கணித மயமாதல் என்ற குணத்தினை பண்படுத்துவதற்கு ஆகும். தெளிந்த சிந்தனை, அடிப்படைக்கோட்பாடுகளிலிருந்து அறிவுப்பூர்வமான முடிவுகளை நோக்கிச் செல்லும் திறன், அசாதாரண கருத்துக்களைக் கையாளும் திறன், பிரச்சினைகளை ஒழுங்காகப் பகுப்பாய்வு செய்வதுடன் தீர்வுகாணும் பொறுப்புணர்வு என்பனவற்றை பண்படுத்தலின் பகுதிகளாக என்.சி.இ.ஆர்.டி. இந்தப் பதிவில் குறிப்பிட்டுள்ளது. இவை அனைத்தும் பிற பாடங்களின் கற்றலில் உள்ளன எனினும் மிகவும் வெளிப்படுவன கணிதத்திலாகும்.

மதிப்பீடு

அறிவார்ந்த சிந்தனை வளர்ச்சிக்குத் துணைபுரியும் புதிர்களின் / கற்றல் செயல்பாடுகளின் வெளியீடு / சேகரிப்பு.

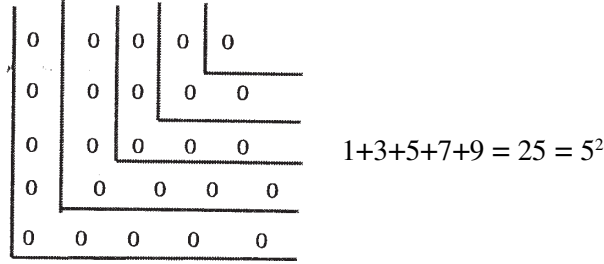
கணிதத்தைக் காட்சிமயமாக்குதல்

கணிதச் சூழல்களைக் காட்சிமயமாக்குவதுடன் காட்சிமயமாக்குவனவற்றை விளக்குவதற்கும் உரிய திறனை குழந்தையின் பிரச்சினைத்தீர்வுத்திறனைத் தீர்மானிக்கின்றது. கணிதக் கருத்துகளுக்கும் கணிதச் சிந்தனைகளுக்கும் வடிவியல் கண்ணோட்டம் அளித்து வெளியிடுவதன் வாயிலாக இந்தக் காட்சிமயமாக்கலின் அறிவியல் முறையைக் குழந்தைகளும் புரிந்துகொள்வர். எந்த ஒரு கணிதக் கருத்திலும் முக்கியமானவற்றைக் காட்சிமயமாக்குதலில் பயன்பாடு என்பது கருத்துருவாக்கத்தை எளிதாக்குவதாகும். பின்னர் இந்தக் காட்சித்தளத்திலிருந்து கணிதத்தை அதன் முக்கியத்துவத்துடனேயே ஏற்றுக்கொள்ளவும் அவர்களால் இயல்கிறது. கற்றல் பிரச்சினையை

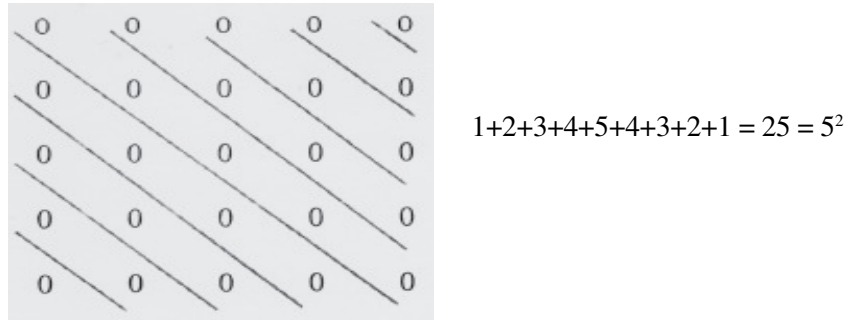
ஏற்றெடுப்பதிலிருந்து பிரச்சினைத் தீர்வினை முழுமைப்படுத்தி ஏராளமான தெளிவுகளின் தேடல்களை நோக்கி அவர்களில் சிந்தனையைச் செலுத்துவதற்கு இத்தகைய காட்சிமயமாக்குதல் மிகவும் இன்றியமையாதது ஆகும்.

ஒரு கற்றல் அனுபவத்தின் எந்த நிலையிலும் காட்சி அனுபவத்தைக் குழந்தைக்கு அளிக்கலாம். கணித அறிவுருவாக்கத்திற்கு மிகச் சேர்ந்த ஒரு வழிமுறையே படமாக்குதல். தரப்பட்டுள்ள விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்துதல், அவற்றுடன் விவரங்களைப் பகுத்தாராய்வதுடன் தொடர்புள்ள வரைபடம் வரைதல் என்பன வாயிலாக விளக்குதலும் குழந்தைக்கு எளிதாகின்றது. பல சிக்கலான கணிதப் பிரச்சினைகளைக் குழந்தை உட்கொள்ள அவற்றின் படவடிவங்கள் வாய்ப்பு அளிக்கிறது.

எ.டு: (1)



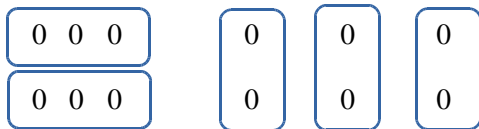
எ.டு: (2)



சதுர எண்களை இவ்வாறு காட்சிமயமாக்குதல் வாயிலாக எத்தகைய முடிவுகளுக்கு வந்து சேரலாம்?

எ.டு: (3)

$$2 \times 3 = 3 \times 2$$



3 இன் 2 குழுக்கள்

2 இன் 3 குழுக்கள்

$$2 \times 3$$

$$3 \times 2$$

எ.டு. (4)

1/2 இனைக் காட்சியமாக்குதல்.



எ.டு. (5)



3/4 இனைக் காட்சியமாக்குதல்.

இம்முறையில் வெவ்வேறு கணிதக்கருத்துக்களின் காட்சியாக்கம் தயாராக்கவும்.

செயல்பாடு

ஒப்படைப்பு:

1, 2, 3, 4 வகுப்புகளின் பாடப்புத்தகங்களில் கணிதக் கருத்துக்களின் காட்சியாக்கம் கண்டு பிடிக்கவும்.

கணிதக்கல்வியின் துல்லியமும் நுட்பமும்

- ஊசியில் நூல் கோர்ப்பதற்கு உள்ள போட்டி நடக்கின்றது. ஒருவருக்கு 20 வினாடிகள் வீதம் உள்ள 5 வாய்ப்புகள் உள்ளன. இரமா 5 இல் 4 வாய்ப்புகளிலும் சரியாக நூல் கோர்த்தாள். சியாமாவுக்கு ஒரு தடவை மட்டுமே நூல் கோர்க்க முடிந்தது. நூல் கோர்ப்பதில் மிக நுட்பத்துடன் செயலாற்றியவர் எவர்?
- கடிகாரத்தில் நேரம் 10 மணி கழிந்து 29 நிமிடங்களும் 30 வினாடிகளும் ஆயிற்று. இந்த நேரத்தை ஒருவர் பத்தரை ஆகிவிட்டது என்றும் ஒருவர் பத்துமணி 29 நிமிடங்கள் என்றும் மற்றொருவர் பத்து மணி 29 நிமிடங்கள் 15 வினாடிகள் என்றும் கூறினால் எவர் கூறியது மிகச் சரியாக இருக்கும்?
- கணிதவியல் கருத்துக்களை நுட்பமாகப் பகுப்பாய்வு செய்கிறது. கணிதவியல் கருத்துக்களைத் துல்லியமாக வெளியிடுகின்றது. நமக்குக் கிடைத்துள்ள அளவு, சரியான அளவுடன் எந்த அளவின் அருகாமையில் நிற்கின்றது என்பதற்கு ஏற்ப அதன் துல்லியம் கூடுகின்றது.

ஒருவர் 100 மீட்டர் ஓடுவதற்கு எடுத்த நேரத்தை 10 நிமிடங்கள் என்று சொல்வதை 10.25 வினாடிகள் என்று சொல்லும்போதே மிகச்சரியாக உள்ளது.

செய்யும் செயல்பாடு மிகச் சரியாக இருந்தல் வேண்டும் என மிகக் கவனம் செலுத்துதல் அல்லது கூர்மையாகப் பார்த்தல் என்பதே நுட்பப் பார்வை. நுட்பப்பார்வை பண்பு சார்ந்தது. துல்லியமானது என்பது அவ்வாறு இருக்க வேண்டும் என்றில்லை. கீழே தரப்பட்டுள்ள படம் பார்க்கவும்.

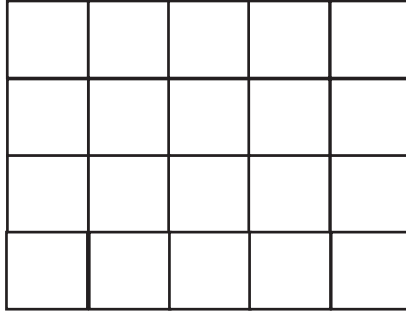
மதிப்பீடு

நுட்பம், துல்லியம் என்பனவற்றைப் புரிந்து கொள்ளக்கூடிய சூழல்கள் எழுதிய குறிப்பு

காணக்கூடிய (பருப்பொருள்) / காண இயலாத (நுண்பொருள்) இயல்பு

- கணிதக்கருத்துக்களில் பெருவாரியானவை நுட்பத்தன்மை உள்ளவையாகும். ஐம்புலன்களால் புரிந்து கொள்வதற்குக் கடினமான இத்தகைய கருத்துக்களைக் காணக்கூடியனவாக மாற்றி வகுப்பறையில் வெளியிடலாம்.
- எ.டு. 5 என்ற எண்ணை அறிமுகப்படுத்த 5 காணக்கூடிய பொருட்களுடன் (பேனா, புத்தகம், முத்துக்கள் போன்றவை) அதனைத் தொடர்புபடுத்த வேண்டும். 5 பொருட்களும் வெவ்வேறு முறைகளில் குழுக்களாக ஆக்கப்படுகின்றன. அவை விளக்கப்படுகின்றன.
- $3 + 4 = 7$ என்ற கூட்டல் கோட்பாட்டைப் புரிந்துகொள்ள மூன்று மலர்கள், நான்கு மலர்கள் என்பனவற்றைச் சேர்த்து ஏழு மலர்கள் எனக் காணக்கூடிய முறையில் விளக்கப்படுகிறது.
- 7 என்ற எண்ணை எந்தெந்த முறைகளில் விளக்கலாம்?
- செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் X அகலம் எனும் கணிதக் கோட்பாட்டுச் செயல்பாடு வாயிலாகவும் காட்சிப்படுத்துதல் வாயிலாகவும் (மொத்த அலகு சதுரங்களின் எண்ணிக்கை) உணர்த்தப்படுகின்றது.

5 செ.மீ



4 செ.மீ

இதைப்போன்று பல்வேறு செவ்வகங்களை அலகு சதுரங்களாக வகைப்படுத்தி செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் X அகலம் என்ற கோட்பாட்டினை அடைகிறோம்.

மதிப்பீடு

காணஇயலாத கருத்துக்களைக் காணக்கூடியனவாக மாற்றி வெளியிடும் செயல்பாடுகள் அடங்கிய அறிக்கை தயாரிக்கவும்.

பிற பாடப்பொருட்களுடன் கணிதத்தின் தொடர்பு

எந்த ஒரு பாடப்பொருளைக் கற்பதிலும் கணிதம் முக்கியப் பங்கு வகிக்கிறது. இயற்பியல், வேதியியல், பொருளியல், புவியியல், சோதிடவியல் எனும் பாடப்பகுதிகளைக் கற்பதிலும் முக்கிய இடம் கணிதத்திற்கு உண்டு.

பல்வேறு மொழிகள், கலைக்கல்வி, உடற்பயிற்சிக் கல்வி, செயல் அனுபவக்கல்வி என்பன கற்பதிலும் கணிதத்தைப் பயன்படுத்துகின்றனர்.

எ.டு. ஓர் உந்து பந்து விளையாட்டரங்க Volyball court உருவாக்கம் (பிற எடுத்துக்காட்டுகளையும் சேர்த்துக்கொண்டு கலந்துரையாடவும்)

1. கணிதவியலும் வரலாறும்

வரலாறு என்பது கடந்தகால நிகழ்வுகளை வரிசைப்படுத்தி ஓர் ஒழுங்குமுறையில் கற்பதாகும். இதில் நிகழ்வுகளின் விளக்கங்களைச் சரியாக எடுத்துரைக்க கணிதவியல் அறிவு மிக அவசியமாகும். கி.பி.326-இல் மாவீரர் அலெக்சாண்டர் இந்தியாவை ஆக்கிரமித்தார் என்பது வரலாறு. எத்தனை ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் அவர் இந்தியாவை ஆக்கிரமித்தார் என அறியவேண்டுமெனில் கணித அறிவியலின் உதவி அவசியம் அல்லவா. இங்கே வரலாறுக்கும் கணிதத்திற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு காண்பிக்கப்படுகிறது. வரலாறு சார்ந்த எந்த முக்கியப் பதிவாயினும் நேரம், காலம் பற்றிய சரியான குறிப்புடன் சொல்லப்படாவிடில் அந்தப்பதிவு பொருளற்றதாகிவிடும். முன்னர் தரப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டில் அலெக்சாண்டர் எப்போது இந்தியாவை ஆக்கிரமித்தார் என்று மட்டுமே வரலாறு நமக்குச் சொல்லித்தருகின்றது. அதன் பின்னர் இப்போது எத்தனை ஆண்டுகள் கழிந்துவிட்டன என்று கண்டுபிடிக்க நாம் கணிதவியலை அணுகவேண்டியது அவசியமாகும். இதைப்போன்று நேரக்கோடு, ஒவ்வொரு அரசப்பரம்பரையின் ஆட்சிக்காலம் போன்ற வரலாற்றுச் செய்திகளைப் பற்றிய அறிவை முழுமையாகப் பெற மாணவர்கள் கணிதவியல் அறிவைப்பெற்றிருக்கவேண்டும். இங்கே வரலாறுக்கும் கணிதத்திற்கும் இடையே உள்ள நெருங்கிய தொடர்பே காட்டப்படுகிறது.

2. கணிதவியலும் புவியியலும்

புவியியல் என்பது புவியைப் பற்றியும் பிரபஞ்சத்தைப் பற்றியும் உள்ள அறிவியல் சார்ந்ததும், கணிதவியல் சார்ந்ததுமான விளக்கம் மட்டுமாகும். புவியியல் கல்விக்குக் கணித அறிவியல் அறிவு மிக அவசியமாகும். இதற்குப் பல எடுத்துக்காட்டுகளைக் காட்ட இயலும். பூமியின் அளவு, பருமன் பகல் - இரவு வருகை, சூரியகிரகணம், சந்திரகிரகணம், கடல்நீரோட்டங்கள், காலநிலை மாற்றம், மழைக்காலம் போன்ற புவியியலின் பல நிகழ்வுகளையும் குறித்துள்ள சரியான அறிவைப் பெறக் கணிதவியல் துணைபுரிகிறது. புவிமாற்றங்கள் பற்றிய மிகச் சரியான கணிப்பு மாணவருக்கு ஏற்படவேண்டுமெனில் அவர் கணிதவியல் அறிவு பெற்றிருக்கவேண்டும். இவை அனைத்தும் புவியியலுக்கும் கணிதவியலுக்குமான நெருங்கிய தொடர்பையே காட்டுகின்றன.

3. கணிதவியலும் உளவியலும்.

உளவியல் உணர்வுசார் அறிவியலுடன் தொடர்புடையது எனினும் அளவுகளுடனும் அது இப்போது மிகத் தொடர்புடையதாக அமைந்துள்ளது. மனிதரின் புத்திக்கூர்மையை அளந்து கணக்கிட உளவியல் வழிமுறை கண்டுபிடித்துள்ளது. இதற்கு உரிய ஒரு கணித வாக்கியம் கணிதவியல் சார்ந்து உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

$$IQ = \frac{M.A \times 100}{C.A}$$

என்பதே அந்தக் கணித வாக்கியம். இதைத் தொடர்ந்து

மனிதரின் அனைத்துத் திறன்களையும் அளந்து கணக்கிட உளவியல் தயாரானது. இது உளவியலைக் கணிதவியலுடன் மிக இணைத்தது. டோப்போலாஜிக்கல் சைகாலாஜி உளவியலின் இன்றைய ஒரு நவீனக் கிளைத்துறையாகும். இது கணிதவியல் கிளைத்துறையான டோப்போலாஜியுடன் தொடர்பு கொண்டுள்ளது. இது எதனைக் குறிப்பிடுகின்றது? உளவியலுக்கும் கணிதவியலுக்கும் உள்ள தொடர்பை அல்லவா.

4. கணிதவியலும் இயற்பியலும்

இயற்பியலும் கணிதவியலும் ஒன்றோடொன்று இணைந்தவையாகும். இயற்பியலின் தொடக்கநிலை அளவுகள் கணிதவியலின் ஒரு கிளைத்துறையாகவே உள்ளது. கணிதவியல் அறிவின்றி இயற்பியல் கல்வி கற்க இயலாது என்றே கூறலாம். இயற்பியல் கல்வியின் அடிப்படையான பாடப்பொருளே கணிதவியல். இயற்பியலில் பலநடைமுறைப் பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வுகள் காண உள்ளது. இவற்றின் தீர்வுகளுக்குக் கணிதவியல் அறிவு மிக அவசியம். இயற்பியலில் உள்ள அணுக்கரு இயற்பியல் இயற்பியலைக் கணிதவியலுடன் மிகவும் இணைத்துள்ளது. அணுக்கரு இயற்பியல் தற்போது கணிதவியலை இயற்பியலின் ஒரு செயல்பாட்டு மண்டலமாக மாற்றியுள்ளது.

இதைப்போன்று வேதியிலுக்கும் கணிதவியலுடன் தொடர்பு உள்ளது. வேதியியலின் அணுவேதியியல் கரிமவேதியியல் போன்ற கிளைத்துறைகளில் கணிதவியல் கோட்பாடுகளின் செயல்பாடுகள் அவசியமாகும். இம்முறைகள் அனைத்திலும் இயற்பியலுடன் கணிதவியல் மிகத்தொடர்புடையதாகக் காணமுடிகின்றது.

5. கணிதவியலும் சூழலியலும்.

கணிதவியலுடன் எந்தத் தொடர்புமற்றதாகவே சூழலியல் பார்க்கப்பட்டிருந்தது. ஆனால், உயிர்க்கணிதம் (Bio mathematics) எனும் ஓர் அறிவியல் துறை வளர்ச்சியடைந்த பின்னர் இச்சிந்தனைக்கு மாற்றம் வந்துள்ளது. கணிதவியல் வாய்ப்பாடுகள் வாயிலாகவும் சமன்பாடுகள் வாயிலாகவும் உயிரமைப்புகளைப் பொறுத்தவரை நுட்பமாகக் கற்க இயலும் என்று இப்போது தெளிவாக்கப்பட்டுள்ளது. மரபுக்கூறுகள் வருங்காலத்தலைமுறையினரிடம் காணப்படுவதன் தொடர்பாக 'மென்டல்' நடத்திய ஆய்வு நிறுவனத்து சூழலியலுக்கும் கணிதவியலுக்கும் உள்ள தொடர்பிணையாகும். இவ்வாறு நவீனக்காலத்தில் கணிதவியலும் சூழலியலும் கொண்டுள்ள தொடர்பு மிக வலுவானதாக உருப்பெற்று வருகிறது.

6. கணிதவியலும் பொருளாதாரவியலும்

பொருளாதாரக் கல்வியிலும் மாணவர்கள் கணிதவியல் அறிவினையும் அதன்மொழியையும் பயன்படுத்துகின்றனர். பொருளாதாரவியலில் உட்படுவன வரவு - செலவுகள், வணிகம் போன்றவற்றில் அடங்கியுள்ள பல்வேறு கூறுகளில் உள்ள தொடர்புகளாகும். பல்வேறு நுகர்வுப்பொருட்களின் உற்பத்தி, விற்பனை, வாங்குதல், பரிமாற்றம் போன்றவை கணிதவியலின் உதவியுடனே ஒழுங்குபடுத்தப்படுகின்றன. பல்வேறு நாடுகளுக்கு இடையே உள்ள நாணயப் பரிமாற்றக் கட்டமைப்பினை தீர்மானிக்கும் காரணி கணிதவியல் ஆகும். வங்கிகள், காப்பீட்டு நிறுவனங்கள் போன்ற அனைத்து நிதிநிறுவனங்களுக்கும் கணித வளம் கிடைக்கப்பெறுகிறது. இதனால் பொருளாதாரவியலுக்கும் கணிதவியலுடன் நெருங்கிய தொடர்பு உள்ளது எனப் புரிந்துகொள்ளலாம்.

7. மொழி, ஓவியம், இசை போன்றன

மொழி, ஓவியம், இசை, நடனம், உடற்பயிற்சிக் கல்வி, செயல்பாட்டு அனுபவம் போன்ற அனைத்திலும் கணிதவியல் தொடர்பு கொண்டுள்ளது. மொழிக்கல்வியின் பகுதியான இலக்கணம் கற்றலில் கணிதவியலின் செல்வாக்கினை நம்மால் காணஇயலும். மொழியைக் கையாளும் போது எங்கே காற்புள்ளி, முற்றுப்புள்ளி போன்றன அவசியம் எனக் கணக்கிட கணிதவியல் உதவுகிறது. கருத்து வெளியீட்டிற்குத் தெளிவு தரவும் கணிதவியல் கல்வி உதவுகிறது என நுட்பப்பார்வை

வாயிலாகவும் புரிந்துகொள்ளலாம். கவிதைக்கு ஓசை கிடைப்பது எழுத்துக்களைப் கணக்கிட்டுப் பயன்படுத்தும்போதாகும். அதாவது யாப்பு சரியாக அமையும்போதாகும். யாப்பு என்பது உண்மையில் கணிதவியல் பயன்பாடே ஆகும். இதைப்போன்று பிறதுறைகளுடன் கணிதத்திற்கு உள்ள தொடர்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

மதிப்பீடு

ஒவ்வொரு துறைக்கும் கணிதத்துடன் உள்ள தொடர்பை விளக்கும் கருத்து வரைபடம்

கணிதவியல் கல்வி வாயிலாகப் பெறப்படும் மதிப்புகள்

கணிதக் கல்வியின் வாயிலாக மாணவரிடம் பல்வேறு மதிப்புகளும் மனப்பான்மைகளும் உருவாக்கம் பெறுகின்றன. அவற்றில் சிலவற்றை அறிந்துகொள்வோம்.

- நடைமுறைசார் மதிப்பு
- புத்திக்கூர்மை
- மனக்கட்டுப்பாடு
- அழகியல் உணர்வு
- தேசியம் - உலகத்தேசியம்
- தொழில் சார் மதிப்பு
- பண்பாடு
- சமூகம்

நடைமுறைசார் மதிப்பு

அன்றாட வாழ்க்கைப் பிரச்சினைகளைக் கையாள்வதற்குக் குழந்தைகளைத் தகுதி உடையவராக உருவாக்க வேண்டும் என்பதே கணிதக்கல்வியின் முக்கிய இலக்கு. வகுப்பறைகளிலிருந்து பெற்ற அனுபவங்களைத் தினசரி வாழ்க்கையில் நடைமுறைப்படுத்துவதற்கு உரிய தன்னம்பிக்கையைக் கணிதக்கல்வி வாயிலாகவே பெறவேண்டும். நடைமுறைசார் மதிப்புகளைப் பெறுவதற்குத் தொடர்புடைய சில சூழல்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

- வங்கிச் செயல்பாடுகளில் ஈடுபடுதல்
- கடையிலிருந்து பொருட்கள் வாங்குதல்
- கட்டடம் கட்டுதல்
- அளவுகள் பற்றிய கணக்கீடு
- மேலும் பல எடுத்துக்காட்டுகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

புத்திக்கூர்மை சார் மதிப்பு

குழந்தையின் சிந்தனைத் திறனுக்கு ஊட்டம் அளிக்கும் ஒரு பாடப்பொருளே கணிதம். உடல்சார் வளர்ச்சிக்கு உதவும் வகையில் கீழே சொல்லப்பட்டுள்ள சில சிந்தனைத்திறன்களைக் குழந்தைகளிடம் வளரச்செய்யலாம்.

- அறிவுச் சிந்தனையை விரிவடையச் செய்தல்
 - விமரிசனம் சார் சிந்தனை
 - உட்கிரகிக்கவும் காரணகாரியத் தொடர்பைக் காண்பதற்கும் உரிய திறன்
- இந்தமுறையில் புத்திக்கூர்மை சார் மதிப்பு கணிதம் கற்றல் வாயிலாக வளரும்.

மனக்கட்டுப்பாடுசார் மதிப்பு

கணிதவியல் கற்கும்போது மாணவர்களிடம் சில தனிப்பட்ட சிந்தனைமுறைகளும் மனப்பான்மைகளும் பழக்கவழக்கங்களும் வளர்கின்றன. இவற்றின் பலனாக மாணவரிடம் மனக்கட்டுப்பாடு உண்டாகிறது. இந்த மனக்கட்டுப்பாடு வாழ்க்கையின் அனைத்துத் துறைகளிலும் உள்ள குழந்தையின் செயல்பாட்டுக்கு உதவிபுரிகின்றது. அறிவார்ந்த சிந்தனைத்திறன், அறிவியல் மனப்பான்மை போன்றன வளரச்செய்து புத்திக்கூர்மையை விரிவுபடுத்த கணிதவியல் கல்வி துணைபுரிகின்றது. வட்டியுடன் தொடர்புள்ள பாடம், அன்றாட வாழ்க்கையில் விரயம் செய்யாது வாழும் பழக்கத்தைக் கடைபிடித்தல், பெரும்வட்டிக்குப் பணம் கடன் வாங்காதிருத்தல், கடன்வாங்கினால் சரியாகப் பணத்தைத் திருப்பிச் செலுத்துதல் எனும் வழக்கங்களைப் பின்பற்றுவதன் வாயிலாக மனக்கட்டுப்பாடு சார் மதிப்பைக் குழந்தையால் பெற இயல்கின்றது. கணிதவியல் கல்வி பல நல்ல பழக்கவழக்கங்களை உருவாக்குவதற்குத் துணைபுரிகின்றது. அறிவியல் சார் சிந்தனை, நுட்பப் பார்வை, சுருங்கக்கூறும் திறன், கட்டுப்பாடு போன்றன அவற்றுள் சில. மனக்கட்டுப்பாடு சார் மதிப்பு கணிதத்தில் உள்ளடக்கத்தில் அல்லாமல், கற்பதன் முழுமையைச் சார்ந்திருக்கின்றது என்பதை உட்கொண்டே கணித ஆசிரியர் செயல்படவேண்டும்.

அழகுணர்வு சார் மதிப்பு

என்பரிமாற்றத்தில் உள்ள ஓசைநயம், வடிவியல் வடிவங்களின் அழகு, வடிவொப்புமைகள் என்பனவற்றிற்கு ஒரு தனிப்பட்ட அழகு உண்டு. குழந்தைகளின் உள்ளங்களில் ஒரே நேரத்தில் வியப்பையும் ஆனந்தத்தையும் தோற்றுவிக்க இதனால் இயலும்.

இதைப்போன்றுள்ள எண் வரிசைகள் வாயிலாகவும் வடிவியல் வடிவங்களால் செய்கின்ற அழகான வடிவமாதிரிகள் வாயிலாகவும் குழந்தைகளின் அழகியல் உணர்வுத் திறனைப் பெருக்க இயலும். குழந்தைகளின் படைப்பாளுமையை வளர்க்கின்ற முறையிலான நூல் அமைப்புகள், விளக்கப்படங்கள், எண் அமைப்புகள், பட அமைப்புகள் போன்றன உருவாக்குவதற்கு உரிய வாய்ப்புகளை அளிக்கவேண்டும்.

தேசியம் - உலக தேசியம் சார் மதிப்பு

தேசிய உணர்வும் உலக தேசியம் சார் சிந்தனைப் போக்கும் வளர்வதற்குக் கணிதவியல் கல்வி பயன்படும். இந்தியாவின் முற்காலக்கணித அறிஞர்களைக் குறித்தும் அவர்கள் கணிதவியலுக்கு அளித்துள்ள நன்கொடைகளைப் பற்றியும் குழந்தைகள் அறிந்திருக்கவேண்டும். பத்தடிமான எண்ணுரு பழக்கம், பூஜ்யம் எனும் கருத்து முதலாக ஏராளமான கண்டுபிடிப்புகள் இந்தியரின் நன்கொடைகளாகும். இந்தியர் அளித்துள்ள பிற நன்கொடைகள் பற்றிய தேடலை நடத்தலாம். ஆர்யபட்டர், வராகமிகிரர், பால்கராச்சாரியார், இராமானுஜர் ஆகியோர் அறிவியலின் மாமேதைகளாகக் கருதப்படுகின்றனர். இக்கருத்துக்களைப் புரிந்துகொள்ளும் ஒரு மாணவர் நம் நாட்டை எண்ணிப் பெருமிதம் கொள்ளலாம். தேசியம் சார்ந்த இந்த உணர்வுடன் உலக தேசியம்

சார் சிந்தனைப்போக்கு வளர்வதற்குக் கணிதவியல் கல்வி துணைபுரிகின்றது. பைதகோரஸ், ஆர்க்கமிடீஸ், யூக்ளிட் எனும் கணித அறிஞர்கள் அளித்துள்ள நன்கொடைகளின் மகத்தான பயன்பாட்டை நாமும் அனுபவிக்கிறோம் என்ற ஓர் உகலத்தேசிய உணர்வினைக் குழந்தைகளிடம் வளரச் செய்ய இயலும். அந்த மாமேதைகளைப் பற்றி அறிந்து கொண்டு அவர்களை மதித்தும் வரலாற்றுக் கண்ணோட்டத்தை உட்கொண்டும் அவற்றின் வாயிலாக ஆசிரியப்பயிற்சி மாணவர்களை வரலாற்றின் முக்கியத்துவத்தை நோக்கி அழைத்துச் செல்லவும் வேண்டும்.

தொழில்சார் மதிப்பு

எதிர்காலத்தில் எந்தத் தொழிலையும் ஏற்றுக்கொள்ளும் மனப்பான்மை குழந்தைகளிடம் வளர்வதற்குக் கணிதக்கல்வி உதவுகிறது. எந்த ஒரு தொழிலிலும் ஈடுபடும் ஒரு நபர் மிகச் சரியாகப் பணி செய்தல், கால உணர்வுடன் விரைவாகவும் மிகச்சரியாகவும் பணிசெய்தல் என்பதே தொழில்சார் மதிப்பு. இது கணிதம் கற்றல் வாயிலாகவே பெறப்படுகிறது. துல்லியம், நுட்பம், விரைவு, திட்டமிட்டுச் செயலாற்றுவதல் எனும் பண்புகளை ஒரு கணித ஆசிரியர் கணித வகுப்பறையில் செயல்படுத்துவதுடன் ஒரு நல்ல முன்மாதிரி நபராக ஆசிரியர் மாறுவதன் வாயிலாகக் குழந்தைகளிடம் தொழில்சார் மதிப்பு வளர்கிறது. எதிர்காலத்தில் எந்தத் தொழிலை ஏற்றுக்கொள்ளும் போதும் முன்மாதிரியான ஆசிரியர் பற்றிய நினைவு குழந்தைகளிடம் அழியாதிருப்பதுடன் அது குழந்தை பங்குபெறும் தொழில் துறையில் மிக ஏற்றம் பெறுவதற்கும் உரிய தகுதியுடையவனாக ஆக்குகிறது.

பண்பாடு சார் மதிப்பு

கணிதவியல் கற்பதால் குழந்தைகளின் பண்பாட்டுத்தரம் உயர்கிறது என்பதே அதன் பண்பாடு சார் மதிப்பாகக் கருதப்படுகிறது. அழகியலை இரசிக்கும் திறனை வளர்த்தல், ஓய்வுநேரப் பொழுதுபோக்கு எனக் கணிதவியல் தொடர்பான செயல்பாடுகளை ஏற்றுக்கொள்ளுதல், பாராட்டத்தக்க பழக்கவழக்கங்களை உருவாக்குதல் எனும் முறைகள் வாயிலாகவே பண்பாட்டு வளர்ச்சி உண்டாகிறது. ஆசிரியரின் சரியான அணுகுமுறை வாயிலாகக் குழந்தைகளிடம் கணிதவியல் கற்பதில் மிகுந்த ஆர்வம் தோன்றச் செய்யலாம். இது நிறைவேறினால் ஓர் ஓய்வுநேரப் பொழுதுபோக்கு எனக் கணிதம் தொடர்பான செயல்பாடுகளில் ஈடுபட ஆர்வம் காட்டுவர். மந்திரச் செவ்வகங்களின் உருவாக்கம், கணிதவியல் உட்படும் விளையாடல்கள், ஆர்வம் ஊட்டும் புதிர்களும் விளையாட்டுகளும் அளித்தல் இவற்றின் வாயிலாகவும், கணிதவியல் கல்வியை நல்லதோர் ஓய்வுகாலப் பொழுதுபோக்காக மாற்றலாம். வடிவியல் வடிவ மாதிரிகள் உருவாக்கி நிறம் தீட்டுதல், நல்ல மாதிரிகள் அளித்து வசதிக்கு ஏற்ப அவற்றை உருவாக்கக் கூறுதல், கணிதவியல் வரலாற்றின் முக்கிய அறிஞர்களின் வாழ்க்கை வரலாறுகளையும், சுவையூட்டும் நிகழ்வுகளையும் மாணவர்களுக்கு அறிமுகம் செய்தல், அவை உட்படும் நூல்கள் பற்றிய குறிப்பினை அளித்து வாசிப்பதற்கு உரிய வாய்ப்பு அளித்தல் என்பன பண்பாட்டு வளர்ச்சிக்குத் துணைபுரியும். கணிதவியல் வரலாற்றின் பின்னணியைப் புரிந்துகொண்டு கணிதம் கற்கும் ஒரு மாணவரிடம் பண்பாடுசார் மதிப்பு வளரும் என்பதில் ஐயமில்லை.

சமூகம் சார் மதிப்பு

ஒரு சமூக உயிரி என்ற நிலையில் ஒருவரிடம் காணப்படும் மனப்பான்மைகளில் சிலதே கூட்டுறவுணர்வு, ஜனநாயக உணர்வு, தலைமைப் பண்புணர்வு, அச்சமின்றி செயலாற்றும் உணர்வு,

நேர்மை, நேரம் தவறாமை, கருத்துப்பரிமாற்றத் திறன் என்பன. இவற்றைக் கணிதம் கற்பதன் வாயிலாகவும் ஆசிரியரின் பயன் மிக்க ஈடுபாடுகள் வாயிலாகவும் ஒரு குழந்தை பெறுவதுடன் எதிர்காலத்தில், சமூகத்துக்குப் பயன்படும் முறையில் குழந்தைக்கு இவற்றைப் பயன்படுத்தவும் இயலும். இதன் வாயிலாக சமூகத்தின் ஓர் அங்கத்தினராக சமூகத்துடன் இணைந்து நல்லதோர் ஆளுமைக்கு உடைமையாளராகவும் வளர ஒரு மாணவரால் இயலும்.

ஒவ்வொன்றிற்கும் பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகள் கண்டுபிடித்து கருத்தரங்கில் வெளியிடவும்.

மதிப்பீடு

கணிதக்கற்றல் மதிப்புகளும் மனப்பான்மைகளும் கருத்தரங்கம்.

(வெளியீடு, அறிக்கை)

கணிதவியலின் வளர்ச்சியும் முன்னேற்றமும்

முன்னுரை

தொடக்க நிலை வகுப்புகளில் கணிதம் கற்பிக்கும் ஆசிரியர்களுக்கு அந்தப் பாடத்தில் முழுமையான புரிதல் வேண்டும். பாடத்தில் உள்ள அறிவு கற்றல் - கற்பித்தல் செயல்முறையை சரியாகவும் பயனுள்ளவதாகவும் செய்வதற்கு மிகவும் உதவுகிறது. கணிதவியலின் வளர்ச்சியையும், மேம்பாட்டையும் குறித்துப் புரிந்துகொள்வதற்கு உதவிபுரியும் கருத்துகளே இந்த அலகில் கலந்துரையாடப் பட்டுள்ளன.

கற்றல் அடைவுகள்	முக்கியக்கருத்துக்கள்
<ul style="list-style-type: none"> பல்வேறு காலகட்டங்களின் கணித வளர்ச்சியும் முன்னேற்றமும் அறிந்து கொள்ளுதல் கணித அறிஞர்களின் வாழ்க்கை வரலாறுகளும் அவர்களின் நன்கொடைகளையும் அறிந்து கொண்டு வெளியிடுதல் 	<p>a) கணித வரலாற்றுக் கல்வியின் அவசியமும் முக்கியத்துவமும்</p> <p>b) கணித வரலாறு</p> <ol style="list-style-type: none"> எண்களின் தோற்றம் <ul style="list-style-type: none"> வெவ்வேறு பத்தடிமான எண்ணுரு பழக்கங்கள் ரோமன், இந்திய - அரேபிய <p>Nominal, Ordinal</p> <ol style="list-style-type: none"> எண்கணித வரலாறு இயற்கணித வரலாறு வடிவவியல் வரலாறு <p>c) இந்தியக் கணித வரலாறு</p> <p>d) கணித அறிஞர்கள்</p> <ul style="list-style-type: none"> கேரள அறிஞர்கள் (சங்கிராம மாதவன், நீலகண்ட சோமயாஜி, சோமாதிரி, பரமேஸ்வரர்) பிற இந்திய அறிஞர்கள் (ஆரியபட்டர், பாஸ்கராச்சாரியார் இராமானுஜர், காபிரேக்கர். அயல்நாட்டு அறிஞர்கள் (யூக்லிட், பைதகோரஸ், கோஸ், பிப்னோச்சி தக்கார்த்தெ

கணித வரலாற்று கற்றலின் இன்றியமையாமை

பல்வேறு காலகட்டங்களில் கணிதவியலின் வளர்ச்சியை முழுமையாக அறிவதற்கும் ஒவ்வொரு துறையிலும் உள்ள கண்டுபிடிப்புகளைப் புரிந்துகொள்ளவும் வரலாறு கற்றல் நமக்குத் துணைபுரிகின்றது. கணிதவியல் கண்டுபிடிப்புகளை வரிசையாகப் புரிந்துகொள்ளவும் இத்துறையில் ஒவ்வொரு அறிஞர்களும் அளித்துள்ள பங்குகளைப்பற்றி தெரிந்துகொள்ளவும் வரலாறு அறிந்திருக்கவேண்டும். ஒவ்வொரு நாட்டிலும் கணிதவியல் ஆய்வுகளும் கண்டுபிடிப்புகளும் நிகழ்ந்துள்ளமை பற்றி வரலாற்று நூல்கள் நமக்குத் தெரிவிக்கின்றன.

கேரளாவிலும் இந்தியாவிலும் இந்தியாவிற்கு வெளியேயும் உள்ள பல கணித அறிஞர்களின் செயல்பாடுகளின் பயனாக இன்று நாம் பெற்ற கணிதவியல் குறித்தும் அவர்களின் காலகட்டங்கள், செயல்பாடுகள், வாழ்க்கைப் பின்னணிகள் இவற்றைக் குறித்தும் புதிய தலைமுறையினர் அறிந்திருக்கவேண்டும். ஒவ்வொரு காலகட்டத்திலும் கணிதத்தில் அடைந்துள்ள வளர்ச்சி அதற்கு முன்னர் கண்டுபிடித்த கருத்துக்களில் நின்றாகும். நியூட்டன் கூறிய சொற்கள் இங்குக் கவனத்திற்கு உரியன. “நான் ஏதேனும் உங்களுக்காகச் செய்திருக்கிறேன் எனில் அதற்குக் காரணமானவர்கள் என் முன்னோர்கள் ஆகும். அவர்களின் தோளில் ஏறி நான் நிற்கிறேன்” - நியூட்டனின் இந்தப் பின்னணி புது தலையினருக்கு ஊக்கம் அளிப்பதுடன் அவர்களின் புதிய கண்டுபிடிப்புகளுக்கும் கணிதவியலின் வளர்ச்சிக்கும் உதவுகின்றன.

கணிதத்தின் வளர்ச்சி ஒவ்வொரு காலகட்டத்தின் தேவைக்கு ஏற்ப முன்னேறியுள்ளது. எகிப்தின் வெள்ளப்பெருக்கும் அதனால் ஏற்படும் பிரச்சினைகளும் வடிவியல் வளர்ச்சிக்கு உதவின. அதைப்போன்று அறிவியல், புவியியல் என்பனவற்றின் கண்டுபிடிப்புகளிலும் கணிதத்திற்கு பங்கு உள்ளது. அறிவியலின் வளர்ச்சி கணிதத்தின் வளர்ச்சிக்கும் துணைபுரிந்துள்ளது.

கணிதவியலின் வரலாறு

கணிதவியலுக்கு மானிடப்பண்பாட்டுக்கு உரிய காலப்பழக்கம் உள்ளது. இந்தியா, சீனா, எகிப்து, ஈரான், கிரேக்கம் ஆகிய நாடுகளில் தான் முதலில் கணிதவியல் வடிவம் பெற்றது.

இந்தியாவில் கணித நூல்கள் செய்யுள் வடிவில் எழுதப்பட்டிருந்தன. மனப்பாடம் செய்ய எளிதாக இருந்ததே செய்யுள் வடிவத்தின் பயன்பாடு. ஆனால், மிகச் செறிவாக மிகக் குறைந்த எழுத்துக்களும் சொற்களும் பயன்படுத்தியே செய்யுட்கள் படைக்கப்பட்டிருந்தன. நீண்டுபோதலைத் தவிர்க்கலாம் என்ற மேன்மை இருப்பினும் கருத்துக்களை முழுமையாகப் புரிந்துகொள்ள இயலாத ஒரு தெளிவின்மையை இதன் ஒரு குறைபாடாகச் சுட்டிக்காட்டலாம். இவ்வாறு சுருக்கப்பட்டிருந்தமையால் கணிதவிதிகளின் சான்றுகள் பல வேளைகளிலும் புறக்கணிக்கப்பட்டுள்ளன. சான்றோர்கள் புரிந்து கொள்ளட்டும் என்ற எண்ணமே அறிஞர்களிடம் காணப்பட்டது. ஆனால், பிற்காலத்தில் வந்துள்ள விளக்க உரை நூல்களில் தெளிவுகள் காணமுடிகின்றன.

பண்டைய பாபிலோனியர் பத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட எண்களையும் 60 ஐ அடிப்படையாகக் கொண்ட எண்களையும் பயன்படுத்தியிருந்தனர். கி.மு.2300க்கும் 1600க்கும் இடையே படைக்கப்பட்ட இரு நூல்களில் 60 வரையுள்ள வர்க்க எண்கள் காணப்படுகின்றன. 60ஐ அடிப்படையாகக் கொண்ட பின்ன எண்களையும் அவர்கள் பயன்படுத்தியுள்ளனர். அவர்கள் ஓர் ஆண்டுக்கு 360 நாட்கள் கணக்கிட்டிருந்தனர். இதனால் ஒரு வட்டத்திற்கு 360 டிகிரி எனக்

கணக்கிடப்பட்டிருக்கலாம். பூஜ்யம் பற்றிய அறிவு இருந்ததா என உறுதியாகக் கூற இயலாது. ஆனால், இடமதிப்பு பற்றி அவர்கள் அறிந்திருந்தனர். கிறிஸ்துவிற்கு 200 ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் படைக்கப்பட்ட படைப்புகளில் எண்களில் இட மதிப்பை காட்ட எண் இல்லையெனில் ஓர் அடையாளம் உபயோகித்திருந்தனர் என அறியமுடிகிறது. ஆனால், இதனைக் கணக்கீடுகளில் பயன்படுத்தவில்லை.

பெருக்கல், வகுத்தல், வர்க்கமாக்குதல், வர்க்கமூலம் காணுதல், முக்கோணம், செங்கோண முக்கோணம், சதுரம் என்பனவற்றின் பரப்பளவு காண முற்காலம் முதலே அவர்கள் அறிந்திருந்தனர் π க்கு அவர்கள் 3 என்ற மதிப்பு அளித்திருந்தனர். கணிதவியலின் பிறப்பிடம் எகிப்து என அரிஸ்டாட்டில் குறிப்பிட்டுள்ளார். (வடிவியல் காணவும்) கி.மு.1700-இல் அஹ்மஸ் படைத்தப் 'பப்பரைஸ்' முதல் கணிதவியல் நூல் என்று கூறலாம். இருசமபக்க முக்கோணம், செங்கோண முக்கோணம் இவற்றின் பரப்பளவுகள், பின்ன எண்கள் முதலிய ஏராளம் கணிதக் கருத்துக்கள் இதில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளன. அஹ்மஸின் காலம் எகிப்தில் கணிதத்தின் வசந்தகாலம் எனக் கூறலாம். பின்னர் ஆயிரம் ஆண்டுகள் வரை குறிப்பிட்டுச் சொல்லும் அளவில் அவர்களால் முன்னேற இயலவில்லை.

கி.மு.7-ஆம் நூற்றாண்டு முதல் எகிப்துக்கும் கிரேக்கத்திற்கும் இடையே வணிக உறவுகள் இருந்தன. அறிவியல் பரிமாற்றங்களும் நடைபெற்றன. கிரேக்கத்தின் முக்கியமான அனைத்து மேதைகளும் கணித அறிஞர்களும் பிரமிடுகளின் நாடான எகிப்துக்குச் சென்றிருந்தனர். நிழலின் நீளத்தை அளந்து பிரமிடின் நீளத்தைத் 'தெயில்ஸ்' கணக்கிட்டது அனைவரும் அறிந்ததே. கணிதவியலின் தந்தை எனப் பலரும் தெயில்லை அழைத்தனர். தெயில்ஸ் ஒரு புகழ்பெற்ற சோதிடவியல் அறிஞரும் ஆவார். கிரேக்க நாட்டில் வடிவியல் ஆய்வினை வெளியிட்டவர் தெயில்ஸ் ஆவார். சூரியகிரகணம் பற்றி முதலில் தீர்க்கதரிசனம் கூறியவர் தெயில்ஸ் ஆவார். பைதகோரஸின் காலம் கிரேக்கக் கணிதவியலின் பொற்காலம் எனக் கூறலாம். சுயமாகக் கணிதத்தில் பல கண்டுபிடிப்புகள் நிகழ்த்தியது மட்டுமல்லாமல் கணித ஆய்விற்காக ஒரு சமூகத்தைப் படைத்தளித்தமை அன்னாரின் நன்கொடையாகும். உலகின் அனைத்து அற்புத நிகழ்வுகளையும் கணிதத்துடன் இணைத்ததே பைதகோரஸின் மிகப் பெரிய பங்களிப்பு.

புகழ்பெற்ற தத்துவச்சிந்தனையாளர் **பிளேட்டோ** நிறுவிய 'அகாடமி' கிரேக்க நாட்டின் கணிதவியல் வளர்ச்சிக்குப் பெரும் பங்கு அளித்துள்ளது. "கணிதம் தெரியாதவர்களுக்கு நுழைவனுமதி இல்லை" என்ற அறிவிப்புப் பலகையும் அக்காடமியில் பொருத்தப்பட்டிருந்ததாக வரலாற்றாசிரியர்கள் கூறுகிறார்கள். அன்னாரின் சீடரான **டோலமி** கி.மு 338 -இல் அலக்சாண்டிரியா பல்கலைக்கழகம் நிறுவினார். இது மிகவிரைவில் புகழ்பெற்ற கல்விமையமாக உருப்பெற்றது. இதில் கணிதப்பிரிவை நடத்தும் பொறுப்பு யூக்லிட் அறிஞரிடம் ஒப்படைக்கப்பட்டிருந்தது. வடிவியலின் தந்தை என அறியப்படும் **யூக்லிட்** இந்தத்துறையின் வளர்ச்சிக்கு மிக முக்கியப் பங்கு வகித்தார். **ஆர்க்கமிடீஸ், அப்போனோணியஸ், டயோபாரன்ரஸ், அனாக்ஸிமான், ஹெரோன், தியோன் (சைஸ்மர்ணா) தியோன் (அலக்சாண்டிரியா)** ஆகிய பல கணித அறிஞர்களும் கிரேக்க நாட்டின் நன்கொடைகள் ஆவர்.

சிறந்த நாள் காட்டி ரோமானியர் கணிதவியலுக்கு அளித்த முக்கிய நன்கொடையாகும். எண்கணிதம் தவிர பிற கணிதவியல் துறைகளில் குறிப்பிடத்தக்க கண்டுபிடிப்புகள் ஒன்றுமே ரோமானியர் நிகழ்த்தவில்லை. ரோமன் எண்முறை உலகமெங்கும் அங்கீகரிக்கப்பட்டது எனினும்

அது அவர்களின் நன்கொடையா என்ற ஐயம் இன்னும் உள்ளது.

இந்தியாவிலும் கிரேக்கநாட்டிலும் தோன்றிய மிகச் சிறந்த கணிதவியல் நூல்கள் அனைத்தையும் அரேபியர்கள் எற்றுக் கொண்டு பாதுகாத்து மேம்படுத்தி ஐரோப்பிய நாடுகளில் பரவச் செய்தனர். பாரதத்திலும், கிரேக்கத்திலும் தோன்றிய முக்கிய கணிதவியல் படைப்புக்கள் அனைத்தையும் அரேபிய மொழியில் மொழிபெயர்த்ததுடன் இந்தியக் கணித அறிஞர்களை அரேபியாவிற்கு அழைத்தும் சென்றனர். இயற்கணிதத்திற்குப் பயன்படுத்தும் 'ஆல்ஜிப்ரா' என்ற சொல்லுக்கு அல்ஜபருடன் தொடர்பு உள்ளது. **அல்கொராஸ்மி - அப்துல்வெப, உமர்கய்யாம், அல்கார்கி** என்போர் கணிதவியலை வளரச் செய்த அரேபியர்களில் மிக முக்கியமானவர்கள் ஆவர்.

இந்தியாவின் மிக முக்கியமான கணிதவியல் நன்கொடை பூஜ்யம் என்ற இலக்கமும் பத்தடிமான எண்முறையும் ஆகும். கணித வரலாற்றின் மிகப்பெரிய கண்டுபிடிப்பே பூஜ்யம் என்ற இலக்கம். கணிதவியலுக்கு மட்டுமல்ல அனைத்து அறிவியல் துறைகளின் வளர்ச்சிக்கும் பூஜ்யம் எனும் கண்டுபிடிப்பு பயன்பட்டுள்ளது. பூஜ்யமும் ஒன்றும் பயன்படுத்தியுள்ள இரண்டடிமான முறையை பயன்படுத்துகின்ற கணினி நவீன உலகில் செலுத்தும் செல்வாக்கு மிகப் பெரிதாகும்.

சிந்துநதிக்கரை நாகரீகம் தோன்றிய காலத்திலிருந்தே இந்தியாவில் கணிதம் வளர்ச்சி அடைந்திருந்தது என்பதற்கு ஏராளமான சான்றுகள் உள்ளன. அளப்பதற்கும் கணக்கிடுவதற்கும் திறன்மிக்கவர்களாக இருந்தனர். மொகஞ்சதாரோவிலிருந்தும் ஹரப்பாவிலிருந்தும் கிடைத்துள்ள எடைக்கற்கள், நுட்பத்துடனும் துல்லியத்துடனும் எடை கண்டிருந்தனர் என்பதைத் தெளிவுபடுத்துகின்றன. எடை நோக்க அன்ஸியயும் நீளம் அளக்க இன்டஸ் ஸ்கேயிலும் பயன்படுத்தினர்.

பண்டைய பாரதத்தின் கணிதவியல் நூல்களில் மிகப் பழமையானது சுல்ப சூத்திரங்களாகும் என நம்பப்பட்டிருந்தது. இவற்றின் படைப்புக்காலம் கிறிஸ்துவிற்கு முன் 800க்கும் 500க்கம் இடையே என நம்பினர். வெவ்வேறு கால கட்டங்களிலாக பலரால் எழுதப்பட்டவையே சுல்பசூத்திரங்கள். முக்கோணம், இணைகரம், சரிவகம் ஆகியவற்றின் சிறப்பியல்புகளைக் சுல்பசூத்திரங்களில் காணலாம். $\sqrt{2}$, என உள்ள விகிதமுறா எண்களைப் பற்றியும் கலந்துரையாடியுள்ளனர்.

கிறிஸ்தவ ஆண்டு 476 இல் பிறந்த ஆர்யபட்டரே சிறந்த இந்தியக் கணித அறிஞர். **ஆரியபட்டரேயம்** என்ற புகழ்பெற்ற நூலின் படைப்பாளியான ஆரியபட்டர் கேரளாவில் பிறந்தார் என ஒரு கருத்து உள்ளது. ஆரியபட்டர் ஆரம்பித்து வைத்த கணிதவியல் ஆய்வை **பிரம்மகுப்தர்** மேலும் நவீன வழிமுறைக்கு அழைத்துச் சென்றார். **பிரம்மஸ்புட சித்தாந்தமே** அன்னாரின் மிகப் பெயர் பெற்ற நூல். ஆரியபட்டர் விவாதித்த அனைத்துக் கணிதப் பகுதிகளையும் பிரம்மகுப்தர் விவாதித்துள்ளார். மேலும் ஆரியபட்டருக்கு வந்த பிழைகளும் திருத்தப்பட்டன எனத் தெரிகிறது. எல்லை (Limit) என்ற கருத்தைப் பற்றித் தெளிவற்ற சில ஊகங்கள் (அனுமானங்கள்) பிரம்மகுப்தரிடமும் காணப்பட்டன. கிறிஸ்தவ ஆண்டு எட்டாம் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்திருந்த ஸ்ரீதரன், பத்தாம் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்திருந்த இரண்டாம் ஆரியபட்டர் என்போரும் இந்தியக் கணிதத்திற்குப் பெரும் நன்கொடைகள் அளித்துள்ளனர். **லீலாவதி** என்ற நூல் வாயிலாகப் புகழ்பெற்ற பாஸ்கராச்சாரியார் ஒரு கலைஞரின் பார்வையுடன் கணிதத்தை அணுகியுள்ளார். இது அன்னாருக்குப் பெரும்புழைத் தேடிக்கொடுத்தது. **'சித்தாந்த சிரோமணி'** என்ற நூலின் ஒரு பகுதி மட்டுமே 'லீலாவதி' என்ற நூல்.

14, 15 ஆம் நூற்றாண்டுகளில் கேரளா இந்தியக் கணிதத்திற்கு நிகரற்ற நன்கொடைகள் அளித்துள்ளது. புதுமனை சோமாதிரிகளின் **கரணபத்தி**, கேளல்லூர் நீலகண்ட சோமயாஜியின்

தந்திரசங்கிரகம். என்பன சிறந்த கணித நூல்களாகும். இவற்றில் விவரித்துள்ள பெருவாரியான கருத்துக்களும் பின்னர் 17, 18-ஆம் நூற்றாண்டுகளில் வாழ்ந்திருந்த அயல்நாட்டு அறிஞர்களின் நன்கொடைகளாக அறியப்பட்டன. **புதுமனை சோமாதிரியும், நீலகண்ட சோமயாஜியும்** வடிவமைத்த '**கலனசாத்திரம்**' என்ற கணிதத்துறை நூற்றாண்டுகளுக்குப் பின்னர் லெபனிசும் நியூட்டனும் '**கால்குலஸ்**' (நுண்கணிதம்) என்ற பெயரில் வெளியிட்டனர்.

நியூட்டனும் லெபனிசும் ஒருவருக்கொருவர் அறியாமலே கால்குலஸ் கண்டுபிடித்தனர். தந்திரசங்கிரகத்திலும் கரணபத்தியிலும் விவாதித்த λ இன் மதிப்பு கண்டுபிடிப்பதற்கு உரிய வரிசை நூற்றாண்டுகளுக்குப் பின்னர் பிறந்த மேற்கத்திய கணிதமேதை **கிரிகரியின்** பெயரில் அறியப்பட்டது.

பத்தொன்பதாம் நூற்றாண்டின் கடைசிப்பகுதியிலும் இருபதாம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்திலும் இந்தியாவில் வாழ்ந்திருந்த மிகப் புகழ்பெற்ற கணிதமேதை சீனிவாசிராமானுஜர் ஆகும். 32 வயதுவரை மட்டுமே வாழ்ந்த இராமானுஜர் உலகில் அக்காலத்தில் வாழ்ந்திருந்த மிக முக்கியக் கணிதமேதைகளில் ஒருவர். **Ramanujam Institute of Mathematics, Tata Institute of Fundamental Research** இன் கணிதப் பிரிவு என்பன இந்தியாவில் இன்றைய புகழ்பெற்ற கணிதவியல் ஆராய்ச்சி நிறுவனங்களாகும்.

எண்களின் வரலாறு

எண்களைப் பற்றி எதுவும் தெரியாத ஒருகாலகட்டம் இருந்திருந்தது. அன்றும் நம் மூதாதையரான ஆதிமனிதர்கள் அவர்களுக்கே உரிய முறைகளில் கணக்கிட்டிருந்தனர். காடுகளிலும் பாறை அடுக்குகளிலும் வாழ்ந்திருந்த ஆதி மனிதர்கள் பல விலங்குகளையும் இணக்கி வளர்க்கத் தொடங்கினர். அவர்கள் வேளாண்மை செய்தும் வேட்டையாடியும் கன்றுகாலிகளை வளர்த்தியும் வாழ்ந்தனர். ஆடுகளை மேய்க்கப்போகும் போது ஒவ்வொரு இடையனுக்கும் கூட்டமாக ஆடுகளை மேய்க்கும் பொறுப்பு இருந்தது. காலையில் கொட்டகைகளிலிருந்து ஆடுகளை ஒவ்வொன்றாக வெளியே விடும்போது ஒவ்வொரு ஆட்டினுடையவும் எண்ணிக்கையைக் குறிக்க ஒவ்வொரு கல்லைப் படையில் போடுவான். ஆடுகள் எல்லாம் வெளியே வந்த பின்னர் போடுவான். படையின் உள்ளே இடுகின்ற கற்களின் கூட்டமே ஆடுகளின் எண்ணிக்கை. அது எவ்வளவு என்று சொல்வதற்கும் தெரியவில்லை. மாலையில் ஆடுகளைத் திருப்பிக் கொண்டுவந்து, ஒவ்வொன்றாகக் கொட்டகையில் அடைக்கும்போது படையில் உள்ள கற்களை ஒவ்வொன்றாக வெளியே போடுவான். படையில் கற்கள் மீதியாக வந்தால் அந்த எண்ணிக்கையின்படி ஆடுகள் நஷ்டமாயின என்பதே பொருளாகும். அவை வனவிலங்குகளுக்கு உணவாகவோ, கூட்டம் தவறிப் போகவோ செய்திருக்கலாம் எனக் கருதுவர். இவ்வாறு ஒன்றோடொன்று பொருந்தும் முறையினை ஆதி மனிதன் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுவதற்குப் பின் பற்றினான்.

ஏறக்குறைய 2000 ஆண்டுகளுக்கு முன்னரே மனிதன் எண்களைப் பயன்படுத்தியிருந்தான் என்று வரலாறு குறிப்பிடுகிறது. கி.பி. மூன்றாம் நூற்றாண்டில் அசோகப் பேரரசரின் அட்சி காலத்தில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்குறியீடுகள் பயன்படுத்தி இருந்ததாகக் காணலாம்.

1 2 3 4 5 6

AD இரண்டாம் நூற்றாண்டில் "நாசிக்" குகைகளிலிருந்து கண்டுபிடித்த கல்வெட்டுகளில் கீழே தரப்பட்டுள்ள எண் குறியீடுகள் பயன்படுத்தியிருந்தமையைக் காணலாம்.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20

தொடர்ந்து AD 8-ஆம் நூற்றாண்டில் பயன்படுத்திய தேவநாகரி எண்கள் நடைமுறையில் உள்ள எண் குறியீடுகளுடன் மிக ஒப்புமை உடையன எனக் காணலாம். அவை கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளன.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

இந்த எண் குறியீடுகளிலிருந்து நாம் பயன்படுத்துகின்ற எண்முறைக்கு வந்து சேர்ந்தோம். AD 9-ஆம் நூற்றாண்டில் மோஸ்லம் (Moslem) ஆட்சித் தலைவர்கள் தங்களின் நாட்டை மேற்கத்திய நாடான ஸ்பெயின், கிழக்கத்திய நாடான இன்டஸ் வரை விரிவடையச் செய்தபோது 'இந்திய அரேபிய எண்கள்' என்ற பெயர் பரவத்தொடங்கியது. இன்று நாம் பயன்படுத்துவது இந்த எண் முறையையே. நம் எண் முறையின் சிறப்புகளில் முதன்மையானது 0, 1, 2.....9 வரை உள்ள இலக்கங்களை (10 எண்ணிக்கை) மட்டும் பயன்படுத்தியே எண்முறை உருவாக்கப்பட்டுள்ளது என்பதாகும். அதனால் பத்தடிமான எண்ணுரு என்றும் இதனைச் சொல்வதுண்டு.

இரண்டாம் சிறப்பியல்பு என்பது இடமதிப்பு (place value) என்ற கருத்து பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது என்பதாகும். எத்தனை பெரிய எண்ணையும் அதன் இடமதிப்பிற்கு ஏற்ப பதிவுசெய்ய எந்த சிரமமும் இல்லை.

மூன்றாம் சிறப்பியல்பு 'பூஜ்யம்' ஓர் எண்ணுருவாக பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது என்பதாகும். வெறுமையைச் சுட்டும் (ஒன்றும் இல்லாத தன்மை) எண்ணாகப் பூஜ்யம் பயன்படுத்தப்படுவது நம் எண்முறையின் எடுத்துரைக்க வேண்டிய சிறப்புத் தன்மையாகும்.

எத்தனை? எத்தனையாவது?

எண்ணுவதற்கு இரு மாறுபட்ட கோணங்கள் உள்ளன. ஒருகுழுவில் எத்தனை எண்ணிக்கை உள்ளன என்றும் ஒவ்வொன்றும் எத்தனையாவது என்றும் அறிந்துகொள்ள வேண்டி உள்ளது.

- எ.டு. 1. பத்தின் கீழ் எத்தனை இரட்டை எண்கள் உள்ளன?
2. இந்தப் பெஞ்சில் எத்தனை குழந்தைகள் உள்ளன?
3. எத்தனையாவது இரட்டை எண்?
4. மனோஜ் எத்தனையாவது குழந்தை?

எத்தனை பேர் ?

போட்டியில் நான் இரண்டாவது இடத்தில் உள்ளேன். ஆனால் கடைசியாக நிற்பவன் மூன்றாவதாக வந்தபோது நான் ஓட்டத்தை நிறுத்தினேன். என் பின்னால் வேறு மூன்றுபேர் உள்ளனர்.

இதில் முதல் இரு வினாக்களும் 'எத்தனை' என்ற விடை தருவன. எண்களின் இந்த இயல்பு 'cardinality' என்று சொல்லப்படுகிறது. 3, 4 வினாக்கள் எத்தனையாவது என்ற விடை தருவன. சில சிறப்புக்களை அடியொற்றி (அளவு, வயது, இடம்...) வரிசைப்படுத்தி இட மதிப்பைச் சொல்லவும் எண் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இந்த இயல்பு 'ordinality' என்று சொல்லப்படுகிறது.

ரோமன் எண்முறை

பண்டைய ரோமில் பயன்படுத்திய எண்முறையே ரோமன் எண்முறை. முதல் பத்து ரோமன் எண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX and X

ரோமன் எண்ணுக்கு மேல் கோடுபோட்டால் அந்த எண்ணின் ஆயிரம் மடங்கைச் சுட்டுகிறது. ரோமன் எண்முறை பற்றிக் கூடுதல் விவரங்கள் திரட்டிக் கருத்தரங்கில் வெளியிடவும்

இந்திய - அரேபிய எண் முறை

இந்திய அரேபிய முறையில் இன்று பரவலாகப் பயன்படுத்துகின்ற அடையாளங்கள் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 என்பன ஆகும். நாம் இன்று அனைத்து இடங்களிலும் பயன்படுத்துகின்ற தசமமுறை அல்லது பத்து அடிமான முறையில் எந்த எண்ணை எழுதவும் இந்தப் பத்து இலக்கங்களால் இயலும்.

இந்திய - அரேபிய எண்முறை பற்றிக் கூடுதல் விவரங்களைத் திரட்டி வகுப்பறையில் வெளியிடவும்.

பல்வேறு எண்ணுரு முறைகள்

கணித வரலாற்றின் முக்கிய மைல்கற்களே எண்ணுரு முறைகள் (Number System). 0, 1 எனும் எண்களை அடிப்படையாகக் கொண்டது இரண்டடிமானமுறை (Binary System).

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 எனும் எண்களை அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளது பத்தடிமான எண்ணுருமுறை. இவற்றைக் குறித்து மேலும் பல விவரங்களைச் சேகரித்து வகுப்பறையில் வெளியிடவும்.

பிற எண்ணுரு முறைகள் எவை?

எண் கணிதம் (Arithmetic)

கணிதவியல் முற்கால எண்களின் தத்துவத்தைச் (Theory of numbers) சுட்டுகின்ற Arithmetic என்ற துறையும் கணக்கிடும் கலை (Art of Calculating) எனச் சுட்டுகின்ற Legistic என்ற துறையும் பயன்பாட்டில் இருந்துள்ளன. பதினாறாம் நூற்றாண்டில் அச்சமுறை கண்டுபிடிப்பது வரை இவை இரு கிளைகளாகவே வளர்ந்தன. பின்னர் இருகிளைகளையும் குறிப்பிட அரித்மெட்டிக் என்ற சொல்லைப் பயன்படுத்த ஆரம்பித்தனர். வேறு பல சொற்களைப் போன்றே Arithmetic என்ற சொல்லிலும் பல மாற்றங்கள் நிகழ்ந்து இன்றைய நிலை பெற்றுள்ளது. ஒரு மனிதன் அறிந்திருக்கவேண்டிய 3 R களில் ஒன்றாக (Rithmetic) எண் கணிதம் அறியப்பட்டிருந்தது. Reading, Writing என்பன மற்றிரண்டு. இதிலிருந்து எண்கணிதத்திற்கு அளித்துள்ள முக்கியத்துவத்தைப் புரிந்துகொள்ளலாம்.

ஆல்ஜிப்ரா (Algebra)

எண்கணிதத்தின் பொதுவடிவம்; எடுத்துக்காட்டாக $3 + 2 = 5$, $4 + 8 = 12$, எனும் எண்கணித வாக்கியங்களின் பொதுவடிவமே இயற்கணிதத்தின் $a + b = c$ என்ற வாக்கியம். $a + b = c$ என்ற வாக்கியத்தில் a,b,c என்பனவற்றுக்கு அளிக்கின்ற மதிப்புகளில் சில குறிப்பிட்ட மதிப்பு அளிக்க கிடைக்கும் வாக்கியங்களே $3 + 2 = 5$, $4 + 8 = 12$ என்பன. இயற்கணிதத்தில் எண்களுக்குப் பதிலாக முதலில் எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தியவரில் முதன்மையானவர் பிராங்கோய்ட்விற்றா என்ற பிரஞ்சு கணிதமேதை. அன்னார் மாறிகளுக்கு உயிரெழுத்துக்களையும் மாறிலிகளுக்கு மெய்யெழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தினார்.

எண்களுக்குப் பதிலாக தெரியாத மாறிகளை கையாள்கின்ற கணிதவியல் துறையே ஆல்ஜிப்ரா என்று கூறலாம். இந்த அறிவியல்துறை எப்போது, எங்கே, ஆரம்பித்தது எனத் தெளிவாகக் கூறுதல் கடினமாகும். இன்றைய ஆல்ஜிப்ரா தீர்வு காண்கின்ற சில பிரச்சினைகளுக்கு அன்றே தீர்வு கண்டிருப்பதைக் கருத்தில் கொண்டால் ஆல்ஜிப்ரா தொடங்கியது கிறிஸ்துற்கு ஏறக்குறைய 1800 ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் எனக் கூறலாம். ஆனால் தீர்வு கண்டது இன்றைய ஆல்ஜிப்ரா முறையிலாக இருக்கவேண்டும் என்றில்லை. ஊகித்தோ எண்கணித அடையாளங்கள் பயன்படுத்தியோ ஆயிரக்காலம். எண்களுக்குப் பதிலாக தெரியாத மாறிகளை பயன்படுத்தத் தொடங்கிய காலத்தைத் துல்லியமாகக் கணக்கிடுதலும் சிரமமானது. கிறிஸ்துவுக்கு முன்னர் ஏறக்குறைய 1800-1600 க்யூனிபாம் கணிதப் பட்டியல்களில் சமமான சமன்பாடுகள் பயன்படுத்தியதாக கவனிக்கப்பட்டுள்ளது. கிறிஸ்துவுக்கு முன் ஏறக்குறைய 1550 இல் எழுதப்பட்ட அக்மஸ் பப்பைரசில் மாறிகள் உள்ள சமன்பாடுகள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

எண்கள் உட்படுகின்ற சில புதிர்களுக்குத் தீர்வுகாணத் தொடங்கியதோடு ஆல்ஜிப்ரா தொடக்கமிட்டது எனக் கூறலாம் (கணிதப் புதிர்கள் காணவும்). நடைமுறை தேவை என்ற நிலையிலும் கேளிக்கை என்ற நிலையிலும் இத்தகைய கணிதப்புதிர்கள் உலகின் பெரும்பகுதிகளிலும் மிகப்பண்டையகாலத்திற்கு முன்னரே புழக்கத்தில் இருந்தன. இவற்றின் தீர்வுகளில் இன்றைய ஆல்ஜிப்ராவின் கருத்தைக் காணலாம்.

இந்தியாவில் ஆரியப்பட்டரின் ஆரியபட்டியம், பிரம்மகுப்தரின் பிரம்மஸ்புட்சித்தாந்தம், மகாவீரரின் கணிதசார சங்கிரகம், பாஸ்கராச்சாரியரின் லீலாவது எனும் நூல்கள் ஆல்ஜிப்ராவைப் பயன்படுத்தியுள்ளன. இந்தியக் கணித அறிஞர்கள் இத்துறைக்குத் திட்டமான பெயர் அளிக்கவில்லை. குட்டகம், அவ்யக்தகணிதம், இயற்கணிதம் போன்ற பல பெயர்களை அளித்திருந்தனர். கணித மேதையான கேளல்லூர் நீலகண்ட சோமயாஜியின் 'தந்திரசங்கிரகம்' ஜேஷ்டதேவரின் 'யுக்திபாஷா' எனும் நூல்கள் இயற்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தியுள்ளன. இருமாறிகள் உள்ள சமன்பாடுகள், பத்துமுறைகளிலாகத் தீர்வு காண இயலும் வழிமுறைகள் ஆகியவற்றை இந்நூல்களில் காணலாம்.

ஆல்ஜிப்ரா என்ற கணிதவியல் துறையை வளர்ப்பதில் அரேபியர்கள் முக்கியப் பங்கு வகித்தனர். நவீன மேலைநாட்டு உலகிற்கு ஆல்ஜிப்ரா கோட்பாடுகள் அளித்தவர் அரேபியர்கள். அரேபியக்கணித மேதைகளில் மிகப் புகழ்பெற்ற முகம்மஜ் பின்மூசா அல் கொராஸ்மி எழுதிய கிதாப் அல்ஜபர்வஅல்முகாவல என்ற நூல் ஆல்ஜிப்ரா பற்றி முழுமையாக எழுதப்பட்ட முதல் நூல். இதில் உள்ள அல்ஜபர் என்ற சொல்லிலிருந்து ஆல்ஜிப்ரா என்ற சொல் உருவாக்கம் பெற்றது. ரூபியாத் என்ற புகழ்பெற்ற காவியத்தின் படைப்பாளியான உமர்கய்யாமும் ஆல்ஜிப்ராவின் வளர்ச்சிக்குப் பெரும் நன்கொடைகள் வழங்கியுள்ளார்.

வடிவியல் (Geometry)

கணிதவியலின் ஒரு முக்கியக் கிளையே, முக்கோணம், வட்டம், நாற்கரம், கோளம், பட்டகங்கள், கூம்புகள் எனும் வடிவங்களின் ஆய்வு எனச் சுருக்கமாகக் கூறலாம். புவி என்று பொருள்தரும் Geo அளவு என்று பொருள்தரும் metry என்ற சொற்கள் உருவாக்கம் பெற்று Geometry என்ற அறிவியல் துறை தொடங்கப்பட்டது என்கிறதில் ஆகும் என்று நம்பப்படுகிறது. வடிவியலை நைல்நதியின் கொடை என ஹெரோடோட்டஸ் குறிப்பிட்டார். பண்டைய மாணிட நாகரீகங்கள் நதிக்கரைகளில் அல்லவா தோன்றின. பாரதத்தின் சிந்துநதிக்கரை நாகரீகமும் சீனாவின் ஹொயாங்கோ நதிக்கரை நாகரீகமும் புகழ்பெற்றவை. நதிக்கரைகள் வளம் பெற்றிருந்தமையால் இங்கே மக்கள் திரளாக வசித்தனர்.

எகிப்தின் நைல்நதி மழைக்காலங்களில் பெருகி ஒழுகி நதிக்கரைகளில் பெரும் சிதைவுகளை விதைத்தன. கரையில் வசிப்பவர்கள் தங்களின் பயிரிடங்களையும் நிலங்களையும் விட்டு விலகிச்சென்று வசித்தனர். மழைக்காலம் கழிந்த பின்னர் மீண்டும் கரையை நோக்கிச் செல்வர். ஒவ்வொருவரின் உடைமையில் உள்ள நிலங்களின் எல்லைகளும் அழிந்துபோயிருக்கும். அவற்றை மறுசீரமைக்க பெரும் துன்பங்கள் அனுபவித்தனர். பலவேளைகளில் அவர்களிடையே கலகங்களும் தோன்றின. பூமியின் அளவும் வடிவமும் பதிவு செய்திருந்தால் எல்லைகளை எளிதாக அமைத்துக்கொள்ளலாம் என்று கண்டுபிடித்தனர். இவ்வாறு ஒவ்வொருவரின் நில உடைமைகள் பற்றிய அளவும் வடிவமும் குறிக்கப்பட்டிருந்த பதிவுகளே வடிவியல் என அறியப்பட்டது. முக்கோணம், செவ்வகம், சரிவகம், நாற்கரம் போன்ற வடிவங்களே பூமியின் அளவுகளாக

அமைந்திருந்தன. படிப்படியாக வடிவியலுக்குப் பூமியுடன் உள்ள தொடர்பு பலவீனமடைந்ததுடன் வடிவங்களின் கற்றலாக வடிவியல் உருப்பெற்றது. பூமி அளவுடன் தொடர்புள்ள துறையாக இன்றும் நிலஅளவீட்டில் பின்பற்றப்படுகிறது.

எகிப்து பிரமிடுகள் மிகப்புகழ்பெற்றவை. இந்தப் பிரமிடுகளின் உருவாக்கத்தில் பயன்படுத்திய தொழில்நுட்பம் சுட்டிக்காட்டுவது அவர்கள் அக்காலத்தில் வடிவியலில் திறன் பெற்றவர்களாக இருந்தனர் என்பதாகும். தெயில்ஸ் தன்னிடம் கணிதம் கற்கவந்த பைதகோரலினை 'எகிப்துக்குச் செல்' என்று அறிவுறுத்தினார்.

வடிவியலின் தந்தை என அறியப்படும் கிரேக்கக் கணித அறிஞர் யூக்லிட் அன்று வரை கண்டுபிடிக்கப்பட்ட வடிவியல் கருத்துக்களை இயன்ற அளவில் தேடித் தொகுத்து 'எலிமென்ட்ஸ்' என்ற நூல் இயற்றினார். ஆர்க்கமிடீஸ், பைதகோரஸ், அப்போனோணியஸ் பெரோன், ஹிப்பார்கஸ் போன்ற பல கணித அறிஞர்கள் கிரேக்க வடிவியல் வளர்வதற்குப் பெரும் பங்கு வகித்தனர்.

கணிதவியல் வரலாற்றுடன் இணைந்த மேலும் பல விவரங்களைத் திரட்டவும், கருத்தரங்கில் வெளியிடவும்.

மதிப்பீடு

கணிதவியல் வரலாற்றுக் கருத்தரங்கம், வெளியீடு, அறிக்கை

கணிதவியல் அறிஞர்களும் அவர்களின் நன்கொடைகளும்

நீல்கண்ட சோமயாஜி (1465-1545) (Neelkanda Somayaji)

இவர் புகழ் பெற்ற கேரளக்கணித அறிஞரும் சோதிட வல்லுனரும் ஆவர். திருரின் அருகாமையில் உள்ள திருக்கண்டியூரில் கேல்லூர் (கேரளநெல்லூர்) மனையில் பிறந்தார். தந்தையார் ஜாததேவர், தம்பி சங்கரன் என்ற கணித அறிஞர். தூர்கணிதப் படைப்பாளி. வடசேரி பரமேசுவரரும் அன்னாரின் மகனார் வடசேரி தாமோதரரும் ஆசிரியர்களாக இருந்தனர். ஆரியபட்டியத்தின் விளக்க உரையான கணிதபாதம் முக்கிய நூலாகும். தந்திரசங்கிரகம் (சோதிடவியல்), கிரகண நிர்ணயம், கோளசாரம், சந்திரசாயாகணிதம், கிரகபரீட்சாகிரமம், சுந்தரராஜ பிரச்சனோத்தரம் என்பன பிறபடைப்புகள். "பை" ஒரு விகிதமுறா எண் என்று உலகுக்கு முதலில் தெரிவித்தது 1671 -இல் லாம்பர்ட் பர்லின் ஆகும். அதன் இரு நூற்றாண்டுகளுக்கு முன்னர் சோமாயாஜி எழுதிய கணிதத்தில் இது குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. தந்திரசங்கிரகத்தில் நுண்கணிதம் அடிப்படையான கோட்பாடுகள் விளக்கமாக விவாதிக்கப்பட்டுள்ளன. பின்னர் நூற்றாண்டுகள் சென்ற பின்னரே நியூட்டனும் லெபனிசும் ஒருவருக்கொருவர் அறியாது ஒரே காலத்தில் கால்குலஸ் கண்டுபிடித்தனர். சோமாயாஜியின் சமகாலத்தவரான புதுமனை சோமாதிரியும் நுண்கணிதக் கோட்பாடுகளை விளக்கியுள்ளார்.

பாஸ்கராச்சாரியார்

இப்பெயரில் இரு அறிஞர்கள் வாழ்ந்திருந்தனர். இதில் முதலில் உள்ளவர் பாஸ்கராச்சாரியார், ஒன்றாம் ஆரியபட்டருக்குப் பின்னர் குறுகிய காலத்திற்கு உள்ளாகவே பிறந்தார். கணிதவியலிலும் வானவியலிலும் இவர் மேதையாகத் திகழ்ந்தார். இரண்டாம் பாஸ்கராச்சாரியார் பாஸ்கராச்சாரியர் II

என்ற பெயரில் அறியப்பட்டார். பாரதம் கண்டவர்களில் மிகப் புகழ்பெற்ற கணித அறிஞர் இவரே. இவரைக் குறித்து இங்கே விளக்கப்படுகிறது.

AD 1114-இல் இரண்டாம் பாஸ்கராச்சாரியார் பிறந்தார். பழமைவாய்ந்த ஒரு பண்டிதக் குடும்பமே அவருடையது. அவரின் தந்தையின் பெயர் மகேசுவரர். மைசூர் மாநிலத்தில் பிறந்த பாஸ்கராச்சாரியார் உஜ்ஜயினியின் வானவியல் மையத்தில் பணிபுரிந்தார். பல சிறந்த படைப்புகளை எழுதியுள்ளார். சித்தாந்தசிரோமணி, லீலாவதி, கோளாத்யாயா, கிரககணிதம் என்பன பாஸ்கராச்சாரியாரின் படைப்புகள். இதில் சிந்தாந்தக் கவுமதியின் நான்கு இயல்கள் மட்டுமே கிடைத்துள்ளன. லீலாவதி என்ற பெயர் சூட்டியமை, தன் மகளின் நினைவால் என்று சொல்லப்படுகிறது. லீலாவதியில் 278 சுவோகங்கள் உள்ளன.

கணிதவியலுக்கும் வானவியலுக்குமே பாஸ்கராச்சாரியார் மிகுந்த நன்கொடைகள் அளித்துள்ளார். அவற்றில் சிலவற்றைப் பற்றி மட்டும் இங்கே குறிப்பிடலாம்.

பூஜ்யத்தின் மதிப்பு எல்லையற்றது எனக் கண்டுபிடித்தவர் பாஸ்கராச்சாரியார். கடவுள் எல்லையற்றவர் என்பதைப் போன்றே பூஜ்யத்தின் எல்லையின்மையினை அவர் நிறுவினார். கணிதவியலின் மிகப்பெரும் பயன்பாடே இந்தக்கண்டுபிடிப்பு.

கணிதச் செயல்பாட்டு மண்டலத்தில் அவர் படைத்தளித்த கோட்பாடுகள் மிகப்பெரும் பேறுகளாகும். பரப்பளவு, கனஅளவு என்பன கண்டுபிடிக்க அவர் உருவாக்கிய சூத்திரங்களுக்குப் பெரும் பங்கு உள்ளன. க்யூபிக் இக்வேஷனுகளும் பைகுவாட்ராற்றிக் இக்வேஷனுகளும் அன்னாரின் நூல்களில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. சித்தாந்த சிரோமணியின் இரண்டாம் இயலில் கீழேதரப்பட்டுள்ள முறையில் உள்ள பிரச்சினைகள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

$$1) \quad x^4 + 12x^3 + 6x^2 + 35$$

$$2) \quad x^3 - 2x^2 - 400x = 9999$$

அன்னார் இத்துறையில் மிகுந்த அறிவுடன் விளங்கினார் என இது நிறுவுகின்றது. அதைப்போன்று வேறுபட்ட நுண்கணிதத்திலும் (Differential calculus) அவர் மிகுந்த அறிவுள்ளவராகத் திகழ்ந்தார். கிரகங்களின் இயக்கம், முக்கோணவியல் என்பனவற்றிலும் பாஸ்கராச்சாரியார் புகழ்பெற்றிருந்தார். முக்கோணவியலின் $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ என்ற வாய்ப்பாடே பாஸ்கராச்சாரியாரின் 'சாபயோ' என்ற கோட்பாடு. கணிதவியலின் நுட்பமான பிரச்சினைகளை அன்னார் செய்யுள் முறையில் சுவோக வடிவில் வெளியிட்டுள்ளார். அன்னார் வெளியிட்ட பிரச்சினைகள் அனைத்துமே அழகியல் உணர்வும் நிறைந்தவை. எடுத்துக்காட்டு பார்க்கவும்.

அர்ச்சுனன் தன் பகைவனான கர்ணனைக் கொல்ல அம்பறாத்துணியிலிருந்து அம்புகள் எய்தினான் அவற்றின் பாதி அம்புகளால் அவன் தன் எதிராளியைத் தடுத்து நிறுத்தினான். அம்பறாத்துணியில் உள்ள அம்புகளின் எண்ணிக்கையின் வர்க்கமூலம் கொண்டு கர்ணனின் குதிரைகளைக் கொன்றான். 3 அம்புகளால் அர்ச்சுனன் கர்ணனின் கொடியையும் குடையையும் வில்லையும் விழச்செய்தான். 1 அம்பால் கர்ணனின் தலையைக் கொய்தான் எத்தனை அம்புகள் அர்ச்சுனனின் அம்பறாத்துணியிலிருந்து எய்யப்பட்டன?

பூமியின் கோளவடிவம், அதன் ஈர்ப்புவிசை பற்றிய அறிவு பாஸ்கராச்சாரியாரிடம் அமைந்திருந்தது. புவிஈர்ப்புவிசைக்கு அன்னார் அளித்த பெயர் 'தார்ணிகாத்மகசக்தி' என்றாகும். அனைத்துப் பொருட்களும் பூமியில் விழுவது தார்ணிகாத்மக சக்தியால் என்று பாஸ்கராச்சாரியார் நிறுவினார்.

இவ்வாறு அறிவியல் துறையிலும் கணிதவியல் துறையிலும் பாஸ்கராச்சாரியார் நிகழ்த்திய ஆய்வுகளையும் செயல்பாடுகளையும் மதிப்பிடுவது மிகச் சிரமமானது.

யூக்லிட்

மிகப் பழங்காலத்தில் புகழ்பெற்ற கணிதமேதையே யூக்லிட். அன்னாரின் பிறந்த ஊர், கல்வி என்பன பற்றிய தெளிவான பதிவுகள் இல்லை. கிரேக்கநாட்டு நகரமான மெகரயில் அன்னார் பிறந்தார் என நம்பப்படுகிறது. ஆனால், மெகரயில் வாழ்ந்த யூக்லிட் ஒரு தத்துவச்சிந்தனையாளர் என இப்போது கூறப்படுகிறது. கணித அறிஞரான யூக்லிட் டோலமியால் நிறுவப்பட்ட அலக்சாண்டிரியாவின் ரோயல் பள்ளிக்கூடத்தில் கணித ஆசிரியராகப் பணியாற்றியுள்ளார். இது கி.மு.300 இன் அடுத்தாகும். டோலமி, அலக்சாண்டருக்குப் பின்தோன்றியவர். ஆதன்சில் உள்ள பிளேட்டோஸ் அகாடமியில் யூக்லிட் கல்வி கற்றார் எனக் கருதப்படுகிறது.

யூக்லிடின் மிகப்பெரிய நன்கொடை 'எலிமென்ட்ஸ்' என்ற மிகப்புகழ் வாய்ந்த நூலாகும். இதைப்போன்ற ஒரு நூலைப் படைத்தல் பிறரால் இயலாதது. அத்தகையச் சிறப்பு மிக்க நூல் இது. ஐரோப்பாவில் இந்த நூல் பற்றிய அறிவு கிரேக்க மொழியில் உள்ள கையெழுத்துப் பிரதி வாயிலாகப் பெறப்படவில்லை. மாறாக அரேபிய மொழிபெயர்ப்பிலிருந்தாகும். அரேபிய மொழிபெயர்ப்பிலிருந்து A.D. 1120 -இல் அதல்ஹார்ட் என்ற ஆங்கிலேயர் இலத்தின் மொழியில் எழுதினார். இதன்வாயிலாகவே ஐரோப்பியர் இந்நூல் பற்றி அறிந்து கொண்டனர். 1570-இல் இதன் ஆங்கில மொழிபெயர்ப்பு வெளிவந்தது. பைபிளுக்குப் பின்னர் பெருமளவில் விற்பனையில் சாதனை பெற்ற நூல் 'எலிமென்ட்ஸ்' ஆகும்.

கணிதவியல் கோட்பாடுகள் எலிமென்ட்ஸ் என்ற நூலில் உள்ளன. சர்வசமத்துவம், இணைகரம், பைதகோரஸ் கோட்பாடு இயற்கணிதக் கருத்துக்கள், வட்டங்கள், எண்களின் பண்டைய வரலாறு வடிவியல் கணித வடிவங்கள் என இவ்வாறு கணிதவியல் சார்ந்த பல்வேறு கருத்தாக்கங்கள் எலிமென்ட்ஸ் நூலில் உள்ளன. வரைமுறையுடன் இவை அனைத்தையும் அன்னார் குறிப்பிட்டுள்ளார். இதைத்தவிர கணிதவியல், இயற்பியல் என்பனவற்றிலும் யூக்லிட் நூல்கள் படைத்துள்ளார்.

இம்முறையில் கணிதவியலுக்கு அரிய பல நன்கொடைகளும் யூக்லிட் அளித்தார். இன்றைய வடிவியல் வல்லுநர்கள் அவரின் சில கோட்பாடுகளை விமர்சிக்கின்றனர். ஆனாலும் வடிவியல் கணிதத்தைத் தோற்றுவித்தவரும் வளர்த்தவரும் அவரே என்பதில் கருத்துவேறுபாடு இல்லை. மேலும், பல கணிதமேதைகளின் வாழ்க்கை வரலாறுகளையும் நன்கொடைகளையும் திரட்டவும். கேரளம் சார்ந்த சங்கிராம மாதவன், சோமாதிரி, பரமேசுவரர்.....பிற பாரதத்தினர் ஆரியப்பட்டர், இராமானுஜன், காப்ரேக்கர்.....மேலை நாட்டினரான பைதகோரஸ், தக்கார்த்தெ, பிப்னோசி..... இவர்களின் கணித நன்கொடைகளின் செல்வாக்கு நம் கணிதப்பாட ஏற்பாடில் எந்த அளவில் உள்ளது விவாதிக்கவும், குறிப்புகள் தயாராக்கவும்.

ஒப்படைப்பு

மேலும் கணிதமேதைகளின் (கேரளியர், இந்தியர், வெளிநாட்டினர்) வாழ்க்கை வரலாறும் அவர்களின் நன்கொடைகளும்.

- இராமானுஜன்
- பித்தகோரஸ்

- கால் பிடரிக் கோஸ்
- ஆர்க்கிமிடீஸ்
- ஆரியபட்டன்
- பிப்ளோச்சி
- சங்கமகிராம மாதவன்
- டிஆர் காப்பிரேக்கர்
- ரெனே டெக்கார்த்தே
- முகம்மது பின் மூஸ அல் குவாரிஸ்மி
- ஹைபே ஷியா
- ஹெரோன்
- சோமாதிரி
- பரமேஸ்வரன்
-
-

கணிதம் கற்றல் அணுகுமுறையும் கற்றல் - கற்பித்தல் முறைகளும் உத்திகளும்

முன்னுரை

அறிவியல் சார்ந்தும் அறிவுருவாக்கம் சார்ந்தும் கற்பித்தல் மிக எளிதாகக் குழந்தைகளுக்கு தனதாக்க இயலும் ஒரு பாடமே கணிதம். பொருத்தமற்ற கற்பித்தல் முறைகளும் கண்ணோட்டத்தின் குறைபாடுகளும் பலவேளைகளில் கணிதத்தை ஒரு கடினப் பாடமாக மாற்றியிருக்கிறது. அறிவியல் சார்ந்து பொருத்தமான ஆர்வம் ஊட்டும் முறையில் கணிதத்தை எவ்வாறு கற்பிக்கலாம் என்ற கருத்தினை நோக்கி ஆசிரிய மாணவர்களைக் கொண்டு செல்லும் முயற்சி மேற்கொள்ளப்படுகிறது. முக்கியமாக 3 மண்டலங்களாக இந்த அலகு விவரிக்கப்பட்டுள்ளது. கணிதம் கற்றல் அணுகுமுறை, கணிதம் கற்றல் - கற்பித்தல் முறை, கணிதக் கற்றல் உத்திகள் என்பவையே ஆகும். இவை ஒவ்வொன்றும் வேறுபட்ட கற்றல் அடைவுகளுடன் தொடர்புபடுத்தியே செயல்பாடு சார்ந்த முறையில் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

கற்றல் அடைவுகள்

➤ கணிதம் கற்றல் அணுகுமுறையும் கற்றல் - கற்பித்தல் முறைகளும் உத்திகளும்

a) கணிதம் கற்றல் அணுகுமுறை

கற்றுச்சூழல் சார்ந்தது, செயல்முறை சார்ந்தது, செயல்பாடு சார்ந்தது, சிந்தனையைக் குறித்துள்ள சிந்தனை, பிரச்சனையைப் பகுத்தாராய்தல், பொதுமைபடுத்துதல், பன்முக நோக்கு, மனக்கணக்கு.

- பல்வேறு உளவியல் - கல்வி சிந்தனையாளர்களின் கணிதக் கற்றல் கண்ணோட்டங்கள்.
- ப்ருணரின் கருத்துகளை உட்கொள்ளும் நிலைகள்
- ரிச்சர்ட் ஆர் ஸ்கெம்ப் Intelligent Learning
- கணிதம் கற்றல் அணுகுமுறையும், கற்றல் - கற்பித்தல் முறைகளும், உத்திகளும் (ELPS)

b) கணிதம் கற்றல் - கற்பித்தல் முறைகள்

- விதிவருமுறை, விதிவிளக்கமுறை
- பகுத்தாராய்தல் - உட்கிரகித்தல் முறைகள்
- செயல்திட்ட முறை.

c) கணிதம் கற்றல் - கற்பித்தல் உத்திகள்

- தனிநபர் - குழுச் செயல்பாடுகள்
- கருத்தரங்குகள், ஒப்படைப்புகள், கணிதவிளையாட்டுகள்

d) மறைமுக பாட ஏற்பாடு (பாலின சமத்துவம், சமூக நீதி)

கணிதம் கற்றல் அணுகுமுறை

தேசிய பாட ஏற்பாடு சட்டகத்தின் பகுதியாக, கணிதம் கற்றலின் முக்கியக் குறிக்கோளாகக் கூறியிருப்பது சிந்தனையை கணிதமயமாக்கல் என்பதாகும். தெளிந்த சிந்தனை, அடிப்படைக் கோட்பாடுகளிலிருந்து அறிப்பூர்வமாக முடிவுகளை அடையும் திறன், மிகமுக்கிய நுண்கருத்துக்களைக் கையாளும் திறன், பிரச்சினைகளை முறையாகப் பகுப்பாய்வு செய்வதுடன் தீர்வுகாணும் பொறுப்புணர்வு என்பனவற்றையே NCERT இதற்காகப் பரிந்துரைத்துள்ளது.

அன்றாடப் பிரச்சினைகளின் கணிதமும் சாதாரண கணிதத்தின் நுட்பப்பகுப்பாய்வும் ஒன்றாக இணைகின்ற சுதந்திரமும் அறிவுப்பூர்வமுமான எல்லாச் சிந்தனைகளையும் அங்கீகரிக்கும் பயன்மிக்க விவாதங்களின் சூழல்கள் வழியே கணிதம் கற்றல் நடைபெற வேண்டும். இதற்கு ஏற்ப நுட்பமும் நுணுக்கமும் அறிப்பூர்வமுமான கணிதக்கருத்துகளை மாணவர்கள் அடையச் செய்தவற்குப் பல்வேறு முறைகளும் உத்திகளும் நடைமுறையில் உள்ளன. பண்டைய காலங்களில் கணிதம் கற்க நடத்தைக்கோட்பாடு சார்ந்த முறையே பயன்படுத்தப்பட்டிருந்தது எனினும், இன்று முற்றிலும் அறிவுருவாக்க முறையே பயன்படுத்தப்படுகிறது. நவீனமயமானதும் அறிவியல் சார்ந்ததுமான அறிவுருவாக்க முறையில் கணிதம் கற்றல் நடைபெறுவதற்கான முறைகளே கணிதக்கற்றல் அணுகுமுறையின் பகுதியாக இன்று பின்பற்றப்படுகிறது.

அணுகுமுறை என்பது ஒரு கருத்தைப் பற்றிய நம் கண்ணோட்டமே ஆகும். கணிதக் கற்றல் அணுகுமுறை என்பது, கணிதக்கற்றல் எவ்வாறு இருக்கவேண்டும் என்ற நவீனக் கண்ணோட்டமே ஆகும். அது முற்றிலும் குழந்தைகளிடம் சுயமாக அறிவுருவாக்கம் நடைபெறும் வகையில் அமைதல் வேண்டும். கணிதக் கல்வியின் அணுகுமுறை என்பது என்ன என்று உட்கொள்ளக்கூடிய சில கண்ணோட்டங்கள் இனி விளக்கப்படுகின்றன.

பியாஜெ (அறிவுருவாக்க வாதம்) Cognitive Constructivism

அறிவுருவாக்கவாதம் தொடர்பான கருத்துகள்

- கல்வி இயல்பானதும் உயிரியல் சார்ந்ததுமான செயலாகும்.
- தன் சுற்றுச்சூழலுடன் பழகும்போது உருவாகும் தகவமைப்பு (Adaptation) பலனாகக் கற்றல் நடைபெறுகிறது..
- தீர்வு காணப்படவேண்டிய அறிவியல் சார்ந்த சமநிலையின்மையே கற்றலை நோக்கி வழிநடத்துகிறது.
- நடைமுறையிலுள்ள அறிவியல் விதிமுறைகளுடன் ஒத்துப்போகாத எந்த அறிவியல் காரணியும் பொருளற்றதாகிவிடும்.
- உள்ளார்வம் கற்றலை நோக்கி வழிநடத்தும் ஒரு காரணியாகும்.
- அனுபவங்கள் வாயிலாக அறிவு உருவாக்கப்படுகிறது.
- குழந்தைக்குச் சுதந்திரமாகவும் சுயமாகவும் கற்பதற்கான வாய்ப்புகளை உருவாக்குவதே ஆசிரியரின் கடமை.

எ.கா. ஒரு நாற்கரத்தின் கோணங்களின் அளவுகளின் தொகை எவ்வளவு? என்ற புதிய பிரச்சினையைக் குழந்தை சந்திக்கிறது. எனக் கருதவும்.

- இந்தப்பிரச்சினை குழந்தையிடம் இயல்பாக சமநிலையின்மையை உருவாக்குகிறது.
- முன்னர் கற்ற அறிவியல் சார்ந்த கூறுகளுடன் (ஸ்கீமா) மாணவன் புதுப் பிரச்சினையைத் தொடர்புப்படுத்துகிறான் (நாற்கரத்தை இரண்டு முக்கோணங்களாக மாற்றலாம் என்றும் ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் அளவுகளின் தொகை 180 டிகிரி என்றும் கிடைத்த முன்னறிவு) பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண்கிறது..
- இது வழி புதிய அறிவை அடைகின்றனர் (assimilation)
- புதிய அறிவிற்கு (நாற்கரத்தின் கோணங்களின் அளவுகளின் தொகை 360 டிகிரி) தன் அறிவியல் பார்வையில் ஓரிடம் கொடுக்கப்படுகிறது. இதுவே இசைதல் (accomodation)
- இத்தகைய இசைதல் மூலம் குழந்தையிடம் அமைந்துள்ள அறிவியல் பார்வை விரிவடைகிறது.

வைகோட்ஸி (சமூக அறிவுருவாக்க வாதம்)

சமூக அறிவுருவாக்க வாதத்துடன் தொடர்புடைய கருத்துகள்:

- கற்றலும் வளர்ச்சியும் சமூகம் சார்ந்தும் பண்பாடு சார்ந்தும் வாழ்தல் வழியாக நடைபெறுகிறது.
- பொருள் செறிந்த சமூகச் சூழல்களுக்குக் கல்வியில் மிகமுக்கிய இடம் உண்டு.
- குழந்தைகள் ஆசிரியரின் உதவியுடன் அறிவாக்கம் பெறுகின்றனர்.
- கூட்டுறவுணர்வும் ஒற்றுமையுணர்வும் சார்ந்த முறைகளே கல்வியைப் பலனுள்ளதாக அமைக்கிறது.
- ஒவ்வொரு குழந்தையினுடையவும் ZPDயைக் (Zone of Proximal Development) கருத்திற் கொண்டு பிறரின் உதவியுடன் இயன்ற அளவில் உயர்நிலையை நோக்கிக் குழந்தையைக் கொண்டு செல்லவேண்டும்.
- தேவையான சூழல்களில் ஆசிரியர் பின்துணை (Scaffolding) அளித்து படிப்படியாகச் சுயக்கற்றலை நோக்கியே குழந்தையை வழிநடத்தவேண்டும்.

சூழல் சார்ந்தது

சாதாரண கணிதச் சிந்தனைகள், கோட்பாடுகள் எனத் தொடங்கி சிக்கலான கணிதம் நோக்கிப் போவதற்குப் பதிலாக குழந்தைகளின் சுற்றுச்சூழல்களில் காணப்படும் சாதாரண அசாதாரண சூழல்களைக் கணிதச் செயல்பாடுகளாக்கி அளித்தே கணிதம் கற்பித்தல் நடைபெற வேண்டும். வீடு, வீட்டில் உள்ள பொருட்கள், சுற்றுப்புறம், அன்றாடச் செயல்பாடுகள், விளையாட்டுகள் எனக் குழந்தைகளின் கற்பித்தல் மண்டலத்திற்குப் பொருத்தமான பிற சுற்றுச்சூழல் சார்ந்த பொருட்கள் எல்லாம் கணிதம் கற்பித்தல் செயல்முறைக்கு உரிய அடிப்படைக் காரணிகள் ஆகலாம்.

செயல்முறை சார்ந்தது

கணிதத்தில் செயல்முறை சார் திறன்களுக்கு முக்கியத்துவம் அளித்து ஒவ்வொரு கணிதச் செயல்பாடையும் தயாரித்து வெளியிட வேண்டும். நான்கு கணிதச் செயல்கள், வடிவியல் செயல்முறைகள் என்பனவற்றை உற்றுநோக்குதல், ஊகித்தல், அட்டவணையாக்குதல், ஒப்பீடு செய்தல், அறிவார்ந்த பார்வை, முடிவுகளை உருவாக்குதல், பொதுமைப் படுத்துதல் போன்றவையும் கணிதச் செயல்பாடுகளில் உட்படுத்தப்பட்டிருக்க வேண்டும்.

செயல்பாடு சார்ந்தது.

எண் அறிவு, நான்கு கணிதச் செயல்கள், வடிவியல், அளவுகள் போன்ற ஒவ்வொரு மண்டலத்தையும் பொருத்தமான கற்றல் செயல்பாடுகள் வாயிலாகக் குழந்தைகளுக்கு அறிமுகப்படுத்தவேண்டும். ஆசிரியர் விளக்குவதும் குழந்தைகள் கவனமாகக் கேட்டுக்கொண்டிருப்பதுமான முறை கணிதம் கற்பித்தலில் நம்மால் ஏற்றுக்கொள்ளப்படவில்லை. அறிவுருவாக்க வாதத்தில் ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய முறையில் உள்ள செயல்பாடுகளை ஒவ்வொரு கணிதக் கருத்திற்கும் கண்டுபிடித்துக் கொடுக்கப்படவேண்டும்.

சிந்தனையைக் குறித்துள்ள சிந்தனை (Meta Thinking)

செயல்பாடுகள் வழியே சென்று பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு கண்ட ஒரு குழந்தை தான் சென்ற வழிமுறைகளையும் நிலைகளையும் மதிப்பிடுவதோடு தேவையான திருத்தங்களையும் செய்யும் செயல்முறையே சிந்தனையைக் குறித்துள்ள சிந்தனை.

எந்த ஒரு கணிதச் செயல்பாடும் சிந்தனையைக் குறித்துள்ள சிந்தனைக்கு உட்படுத்தப்படவேண்டும். இதன் மூலம் தனது அறிவார்ந்த சிந்தனையும் மனக்கணக்கும் தவறுகளைப் பகுத்தறியும் திறனும் வளர்கின்றன. இது கணித இரசனைக்கும் அப்பால் அதன் அழகியல் உணர்வைப் புரிந்து கொள்வதுடன் புதிய உள்ளார்ந்த பார்வை (insight learning) உருப்பெறவும் குழந்தைகளுக்கு உதவுகிறது.

பிரச்சினையைப் பகுத்தாராய்தல்

ஒவ்வொரு கணிதப் பிரச்சினையையும் குழந்தைகள் அறிவுப்பூர்வமாகவும் அறிவியல் சார்ந்தும் அணுகவேண்டியுள்ளது. பிரச்சினை என்னவென்றும் எவ்வாறு தீர்வு காணவேண்டுமென்றும், எத்தகைய தரவுகள் தேவை என்றும், அதற்காக எத்தகைய தகவல்கள் வினாவில் தரப்பட்டுள்ளன என்றும் வாய்ப்பாடுகளோ, தீர்வுகாணும் செயல்முறையோ எதை எடுத்துக்கொள்ளவேண்டுமென்றும் குழந்தை சுயமாகப் பகுத்தறியவேண்டும். இவ்வாறு ஒவ்வொரு கணிதப்பிரச்சினையையும் அறிவியல் முறையில் அணுகி உரிய தீர்வுகாணும் முறையை வளர்க்கவும் குழந்தைகளைத் திறனுடையவர்களாக்க வேண்டும். அன்றாட வாழ்வின் பிரச்சினைகளைச் சந்திப்பதுடன் பகுத்தறிந்து தீர்மானம் எடுக்கவும் பிரச்சினை, பகுப்பாய்வு மைய கணிதம் கற்றல் முறை குழந்தைகளுக்கு உதவும். இதற்கு, கணக்கிடுதல், (Quantification), பெரும் பிரச்சினைகளைச் சிறு பிரச்சினைகளாக்குதல், ஊகித்தல், முடிவு எடுத்தல், சோதித்துப் பார்த்தல், தனி நபர் ஆய்வு ஆய்வு முறை போன்ற உயர் சிந்தனைத் திறன்கள் தேவைப்படும் சிறிய, பெரிய கணிதச் சூழல்களை ஆசிரியர் உருவாக்கிக் கொடுக்கவேண்டும்.

பொதுமைப்படுத்தல்

கணிதக் கல்வியின் முக்கியக் குறிக்கோள்களில் ஒன்று பொதுமைப்படுத்தும் திறன் பெறுதல். எடுத்துக்காட்டுகள் வழி பொதுமைப்படுத்துதலை அடையும் பல கணிதச் சூழல்களை ஆசிரியர் கண்டுபிடித்துக் கொடுக்கவேண்டும். எளிதான எடுத்துக்காட்டுகள் முதல் சிக்கலான கணிதப்பொதுமைப் படுத்துதல் வரை பல்வேறு வகுப்புகளில் செய்யவேண்டியவை உள்ளன.

எ.கா. $1+2+3 = 2 \times 3 = 6$

$$2+3+4 = 3 \times 3 = 9$$

$$4+5+6 = 5 \times 3 = 15$$

தொடர்ச்சியான 3 எண்ணல் எண்களின் தொகை நடுவிலுள்ள எண்ணின் 3 மடங்காகும்.

இதிலிருந்து 3 எண்ணல் எண்களுக்குப் பதில் எத்தனை எண்ணல் எண்கள் உள்ளன எனினும் தொகை காண்பதற்கான முறையைக் குழந்தைகள் பொதுமைப்படுத்தட்டும்.

அதிக எடுத்துக்காட்டுகளை நீங்கள் கண்டுபிடிக்கவும்.

பன்முகச் சிந்தனை (Divergent Thinking)

சிந்தனையை வெவ்வேறு முறைகளிலும் திசைகளிலும் கொண்டு செல்வதற்கான ஊக்கம் அளிக்கும் முறையில் கணிதக்கல்வி மாறவேண்டும். திறந்த வினாக்கள் போன்ற குறிப்புகள், புதிர்கள், செயல்திட்டங்கள், ஆய்வுகள் போன்ற வழிமுறைகளை இதற்காகப் பயன்படுத்தலாம். வடிவியல், எண் அமைப்புகள் போன்றவையும் பயன்படுத்தலாம். முதல் அலகில் தரப்பட்டுள்ள நிதியின் புதிருக்கு நான்கு அல்லது ஐந்து முறைகளில் நீங்கள் தீர்வு காணலாம்.

உங்கள் ஆசிரியர் மற்றும் நண்பர்களின் உதவியுடன் வேறுபட்ட முறைகளில் புதிர்களைக் கண்டுபிடித்துத் தீர்வுகாணவும். பன்முகச் சிந்தனையின் ஒவ்வொரு கருத்திற்கும் பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகளும் பிரச்சினைகளும் அவற்றின் தீர்வுகளும் காணலாம் அல்லவா.

மனக்கணக்கு (Mental Maths)

எந்த ஒரு கணிதச் செயலையும் முதலில் மனக்கணக்காக அளிக்கவேண்டும். சரியான விடையை அடையவோ, விடையை நெருங்கவோ, விடையை அடைவதற்கான சரியான வழிமுறைகளை அடையவோ மனக்கணக்கு உதவுகிறது. பெருக்கல் வகுத்தல்களைச் சொந்தமாக்கவும் மனக்கணக்கு உதவுகின்றது.

பிரச்சினைத் தீர்வு காண்பதன் முதல் நிலையாக வினாப்பகுப்பாய்வும் பின்னர் மனக்கணக்கும் பயன்படுத்தவேண்டும். மனக்கணக்கு பயன்படுத்தாமல் அல்கோரிதம் மட்டும் பயன்படுத்தி செயல்செய்யும் குழந்தைகளுக்குப் பிழைகள் வரும் வாய்ப்புகள் அதிகம். எண் உணர்வு வலுப்பெறவும் மனக்கணக்கு உதவுகின்றது.

எடுத்துக்காட்டாக, 824 வகுத்தல் 8 என்ற செயலை அளித்து அல்கோரிதம் முறையில் செய்தால் அதிகமான மாணவர்களும் 13 என எழுதுகின்றனர். இதே செயலை மனக்கணக்காகச் செய்தால் அனைவருக்கும் 103 என்ற சரியான விடை கிடைக்கிறது.

சுயமாக எடுத்துக்காட்டுகள் கண்டுபிடித்து இது சரியா என்று நீங்கள் சோதித்துப் பார்க்கவும்.

பல்வேறு உளவியல் கல்வி சிந்தனையாளர்களின் கணிதக்கற்றல் கண்ணோட்டங்கள்

பல்வேறு உளவியல் அறிஞர்களின் கோட்பாடுகள், பார்வை நூல்கள், குழுக்கலந்துரையாடல்கள் ஆகியவற்றின் மூலம் கண்டுபிடிக்கின்றனர். ஒப்புமை செய்து அறிக்கை தயாரிக்கின்றனர். ஒவ்வொரு கோட்பாடும் கணிதக்கற்றல் அணுகுமுறைப் பதிவுடன் எவ்வாறு பொருந்துகிறது என்று கண்டுபிடித்துக் குறிப்பு தயாரிக்கவும்.

ப்ருணரின் கண்ணோட்டம்

மாணவர்கள் நடைமுறையிலுள்ள அறிவின் அடிப்படையில் புதுக்கருத்துக்களையும் அறிவுகளையும் சுயமாக உருவாக்குகின்றனர். தகவல்கள் தேர்வு செய்தல், பரிமாற்றத்துக்கு

உட்படுத்துதல், தீர்மானங்கள் எடுத்தல், கருதுகோள்களை உருவாக்குதல், அறிவுகள், அனுபவங்கள் என்பனவற்றை அடியொற்றி புதிய ஞானம் பெறுதல் ஆகியவை கற்றல் செயல்முறையின் பகுதியாக நடைபெறுகின்றன.

மூன்று நிலைகளாக அறிவு பெறுதல் நடைபெறுகின்றது என்பதே ப்ருணரின் கருத்து.

1. செயல்பாட்டு நிலை (Enactive Stage)

குழந்தைகள் நேரடியான அனுபவங்களுக்குக் காரணமாகின்ற செயல்பாடுகள் வழியாக முதல் நிலையில் பொருட்களையும் கருத்துகளையும் புரிந்துகொள்கின்றனர். இது உட்கிரகிக்கும் வளர்ச்சி அதாவது அறிவுவளர்ச்சிக்குக் கொண்டு செல்கிறது. இது வழியாகக் குழந்தைகளிடம் உளவியல் மாற்றம் நடைபெறுகிறது. இந்த நிலையைச் செயல்பாட்டு நிலை என்று கூறுகின்றனர்.

2. பிம்ப நிலை (Iconic Stage)

செயல்பாட்டு நிலை வாயிலாகக் கிடைத்த உளவியல் மாற்றம், செயல்பாடுகளினுடையவோ, பொருட்களினுடையவோ, உளவியல் சார் பிம்பம் குழந்தைகளிடம் உருப்பெற உதவுகிறது. ஐம்புலத் திறன்களின் வளர்ச்சி இந்த நிலையை ஊக்குவிக்கிறது. ஐம்புலன்கள் வாயிலாகக் கிடைக்கும் பிம்பங்கள் என்ற பொருளில் இந்த நிலையைப் பிம்ப நிலை என்று கூறுகின்றனர்.

3. குறியீட்டு நிலை (Symbolic Stage)

பிம்ப நிலை வழியாக உருவாக்கப்படும் அறிவுகளும் கருத்துகளும் கணிப்புகளும் வலுப்பெறுவது இந்த நிலையிலாகும். கருத்துருவாக்கத்தின் உயர் நிலையே இது.



எ.கா:

- ஒரு கொத்துப் பூக்கள், பொருட்கள், உயிரிகள் என்பவற்றிலிருந்து குழந்தைகளுக்கு நேரடி அனுபவம் கிடைக்கிறது.
- இவை இல்லாதநிலையில் இவற்றைப் பற்றிய பிம்பம் உளவளர்ச்சியைத் தருகிறது.
- இவற்றின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் எண்கள், அடையாளங்கள், குறியீடுகள் என்பவற்றின் வளர்ச்சியுடன் அறிவுருவாக்கம் நிறைவு பெறுகிறது.

கணிதம் கற்றலில் கவனிக் வேண்டியவை.

ELPS (Experience, Language, Picture, Symbol)

அனுபவம், மொழி, படம், குறியீடு

கணிதம் சார் கருத்துருவாக்கத்தின் நான்கு மிக முக்கிய நிலைகளே E, L, P, S என்பவை.

- E** - Experience with Physical Objects
- L** - Language Spoken that describes the experience
- P** - Pictures that represent experience
- S** - Symbols used that generate the experience

அன்றாடம் காணும் பொருட்கள் அல்லது சாதாரண சூழல்கள் பயன்படுத்தி நேரடி அனுபவம் உருவாக்குதலே அனுபவம் (Experience) வாயிலாக எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. பொருட்கள், கருவிகள், ஆய்வுகள், செயல்பாடுகள் போன்றவற்றை இதற்காகப் பயன்படுத்தலாம்.

பெற்ற அனுபவங்களைக் கற்கவும் சுயமாக விளக்குவதற்காக ஆசிரியர் வேறுபட்ட முறைகளில் விவரிக்கவும் வாய்ப்புகளை உருவாக்கும் போது மொழி (Language) என்ற இரண்டாம் நிலை முழுமை அடைகிறது.

கிடைத்த அனுபவங்களைப் படங்கள், மாதிரிகள் வரைபடங்கள் படவிளக்கங்கள், அடையாளங்கள் போன்றவற்றைப் பயன்படுத்தி குறிப்பிடும் போது படம் (Picture) என்ற நிலை முழுமையடைகிறது.

கிடைத்த அனுபவங்களைப் பொருத்தமான மொழி, படம் என்பவற்றிற்கு அப்பால் பொருத்தமான கணிதச் சின்னங்கள், இலக்கங்கள், மாறிகள், பிற அடையாளங்கள் என்பவை பயன்படுத்தி குறியீடாகக் குறிப்பிடுவதற்கான திறன் பெறுவதையே குறியீடு (Symbol) என்பதன் வாயிலாக எதிர்பார்க்கப்படுகிறது.

இணைக்கோடுகள் என்ற கருத்தைக் குழந்தைகளிடம் உருவாக்க, இணைப்பக்கங்கள் உள்ள பொருட்கள், கருவிகள் என்பன கையாளவும் காணவும் அனுபவத்திற்கு உட்படுத்தவும் செய்கின்ற பல வாய்ப்புகளை அளிக்கவேண்டும்.

மேசையின் பக்கங்கள், வாசல், பெஞ்சு, இரயில் தண்டவாளங்கள், புத்தகத்தின் விளிம்புகள் ஆகியவை.

அனுபவத்தைச் சொந்தமாக்கிய குழந்தைகளை மொழி சார்ந்த வெளியீடு, விளக்கம், ஒப்புமை, தனித்தன்மைகள், கண்டுபிடித்தல் போன்ற செயல்பாடுகளில் ஈடுபடுத்தவேண்டும்.

இணைப்பக்கங்கள், இணைக்கோடுகள் இவற்றின் படங்கள் தயாரிக்கும் செயல்பாடுகளையே பின்னர் செய்யவேண்டும். இணைக்கோடுகள் உட்படுகின்ற பல இருபரிமாண/ முப்பரிமாண/ வடிவியல் படங்கள் வரைவதன் வாயிலாக இவற்றைப் பற்றிய கருத்துருவாக்கமும் வலுப்பெறுகிறது.

இணைக்கோடுகளைக் குறிப்பிடுகின்ற குறியீடுகள் //அதாவது இணைக்கோடுகள்), பிற படங்கள் தெரிந்து கொள்வதும் அனுபவங்கள் வழியாகப் பெற்றுக்கொள்வதன் வாயிலாகக் கருத்துருவாக்கம் முழுமை பெறுகிறது.

சுயமாக அதிக எடுத்துக்காட்டுகளைக் கண்டுபிடித்து ELPS வரிசை காட்டும் செயல்பாட்டுக் குறிப்புகள் தயாரிக்கவும்.

கணிதம் கற்றல் முறைகள்

கணிதம் கற்றல் முறைகள் மூன்றாக வகைப்படுத்தலாம்.

- கருத்துக்கள் கோட்பாடுகள், வரையறைகள் போன்றவற்றின் கற்பித்தலுக்குப் பயன்படுத்தும் முறைகள் (எ.கா. விதிவருமுறை, விதி விளக்க முறை)
- பிரச்சினைத் தீர்வு காண்பதற்குப் பயன்படுத்தும் முறைகள் (எ.கா. பகுத்தாராய்தல் / தொகுத்தாராய்தல் முறை)

c) சிக்கலானதும் விரிவானதுமான கணிதக்கருத்துகளை உருவாக்கவும் தீர்வுகாணவும் பயன்படுத்தும் முறைகள். (எ.டு. ஆய்வு முறை, செயல்திட்டமுறை, சோதித்தறியும் முறை)

பல்வேறு கணிதம் கற்பித்தல் முறைகள் கணிதக் கருத்துப் பரிமாற்றம் நடத்துவதற்கு உதவுகின்றன.

முக்கியக் கருத்துக்கள்

- a) விதிவருமுறை கணிதக்கோட்பாடுகள், கருத்துக்கள், வரையறைகள், விதிவிளக்கமுறை சூத்திரங்கள் என்பவை உருவாக்குவதற்கு
- b) பகுத்தாராய்தல் - தொகுத்தாராய்தல் முறை
- c) செயல்திட்டமுறை
 - சோதித்தறியும் முறை
 - ஆய்வு முறை

(i) விதிவருமுறை (Inductive Method)

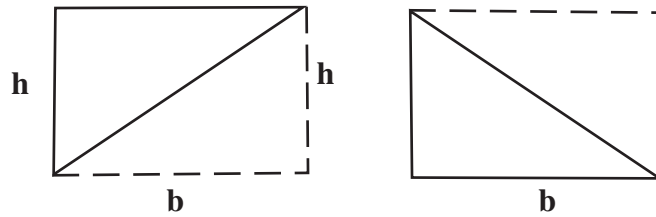
சாதாரணமோ அசாதாரணமோ ஆன எடுத்துக்காட்டுகள் வழியே சென்று பொதுவான முறைகளை அடைவதே விதிவருமுறையின் தனிச்சிறப்பு. ஒரு கருத்தோ, பொதுக்கோட்பாடோ, வரையறையோ, சூத்திர வாக்கியமோ உருவாக்குவதற்கு இத்தகைய செயல்பாடுகள் பொருத்தமானவையாகும்.

எ.கா. (1) முக்கோணத்தின் கோணங்களின் தொகை 180 டிகிரி ஆக இருக்கும்

குழந்தைகளுக்கு 4 அல்லது 5 வேறுபட்ட முக்கோணங்கல் அளிக்கப் படுகின்றன. ஒவ்வொரு முக்கோணத்தினுடையவும் மூன்று கோணங்களின் அளவைக் குழந்தைகள் அளந்து எழுதி தொகை காணட்டும். தொகை 180 டிகிரி என்று அவர்கள் சுயமாகக் கண்டுபிடிக்கின்றனர்.

இணையான செயல்பாடுகளை மீண்டும் செய்கின்றனர். இத்தகைய செயல்பாடுகளிலிருந்து மாணவர்கள் எந்த ஒரு முக்கோணத்திலும் கோணங்களின் அளவுகளின் தொகை 180 டிகிரி ஆக இருக்கும் எனப் புரிந்து கொள்கின்றனர்.

எ.டு. 2 செங்கோண முக்கோணங்களின் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2} bh$



ஒவ்வொரு செங்கோண முக்கோணத்தினுடனும் அதே அளவுள்ள வேறொரு செங்கோண முக்கோணத்தைச் சேர்த்து வைத்தால் செவ்வகம் ஆகும். செங்கோண முக்கோணத்தின்

$$\begin{aligned} \text{பரப்பளவு} &= \frac{\text{நீளம்} \times \text{அகலம்}}{2} \\ &= \frac{1}{2} bh \end{aligned}$$

(ii) விதிவிளக்கமுறை (Deductive Method)

பொதுக்கோட்பாடு, வரையறை, சூத்திரம் போன்ற கணிதக்கருத்துக்களை முதலில் கூறி, அது சரி என்று எடுத்துக்காட்டுகள் வாயிலாகக் கண்டுபிடிப்பதே விதிவிளக்க முறையின் சிறப்பு

மேலே தரப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளை விதிவிளக்க முறையில் செயல்பாடுகளாகத் தயாரிக்கவும்.

விதிவருமுறை, விதிவிளக்க முறைகள் வழியே கண்டுபிடிக்கக் கூடிய வேறு எடுத்துக்காட்டுகளை நீங்கள் கண்டுபிடிக்கவும்.

விதிவருமுறை/ விதிவிளக்கமுறைகளின் நிறைகளும் குறைகளும்

இரு முறைகளும் அறிவுருவாக்க வாதத்துடன் சேர்ந்து நிற்பதும் செயல்பாடு சார்ந்ததும் ஆகும். ஆனால், இவை ஒவ்வொன்றும் பொருத்தமான முறையில் பயனுள்ளதாக வெளியிடப்படவேண்டும். இவை ஒவ்வொன்றின் நிறைகளும் குறைகளும் கீழே தரப்படுகின்றன.

விதிவருமுறையின் நிறைகள்

- கருத்தை உள்வாங்குதல் முழுமையாக நிகழ்கிறது
- குழந்தைகளின் பங்களிப்பு
- ஆய்வு மனப்பான்மை
- அறிவார்த்த சிந்தனை சார்ந்தது
- நேரடியான உற்றுநோக்கல்
-
-

குறைகள்

- நேர விரயம்
- எல்லாச் சூழல்களிலும் பொருத்தமற்றது
-
-

விதிவிளக்க முறையின் சிறப்பியல்புகள்

- பொதுக்கோட்பாடுகளிலிருந்து தனிப்பட்ட எடுத்துக்காட்டுகளை நோக்கி
- சாதாரண நிலைவிலிருந்து அசாதாரணமான நிலையை நோக்கி.
- ஒரு கோட்பாட்டிலிருந்து வேறொரு கோட்பாட்டினை நோக்கி

எ.கா. செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் X அகலம் என்ற சூத்திரத்தினால் பயன்படுத்திப் பரப்பளவு கண்டுபிடிக்கின்றனர்.

நிறைகள்

- சுருக்கமும் நேர இலாபமும்
- நினைவாற்றலை வளர்க்கிறது.
- பிரச்சினைத் தீர்வு காண்பதில் பொறுப்புணர்வும் வேகமும்
-
-

குறைகள்

- உளவியல் சார்ந்தது அல்ல
- நினைவாற்றலுக்கு அதிக முக்கியத்துவம்
- குழந்தைகளின் முழுப் பங்களிப்பு இல்லை.
-
-

விதிவருமுறை, விதிவிளக்க முறை என்பவை வேறுபட்ட கற்றல் முறைகள் எனினும் ஒன்றோடொன்று இணைந்தவை ஆகும்.

விதிவருமுறைக்கும், விதிவிளக்க முறைக்கும் கணித பாடப்புத்தகம் பகுப்பாய்வு செய்து எடுத்துக்காட்டுகள் கண்டுபிடிக்கவும்.

II பகுத்தாய்வு - தொகுத்தாய்வு முறைகள் (Analytic - Synthetic Methods)

கணிதக் கோட்பாடுகளுக்குத் தெளிவு கொடுப்பதற்கும் பிரச்சினையை ஏற்றெடுக்கவும் பிரச்சினைத் தீர்வு காண்பதற்கும் சாதாரணமாகப் பயன்படுத்தவது பகுத்தாய்வு, தொகுத்தாய்வு முறைகளாகும். ஒரு பிரச்சினையை ஏற்றெடுக்கும் போது அப்பிரச்சினை சிறிய காரணிகளாகப் பகுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பிரச்சினையின் தீர்வு காண உதவும் முறையில் அதில் அடங்கியிருக்கும் காரணிகள் பகுப்பாய்வு மூலம் பிரிக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறு பிரச்சினையின் தீர்வைப்பிரிந்துகொண்டு தீர்வு காண இயலுகிறது.

பகுப்பாய்வு என்றால் பிரச்சினையை பகுத்தலும், தொகுத்தாய்வு என்றால் பிரச்சினைக்குத் தீர்வும் ஆகும். விதிவருமுறை, விதிவிளக்கமுறை வழியே குழந்தைகள் முன்னர் கற்ற கருத்துக்கள், கோட்பாடுகள், வரையறைகள், சூத்திரங்கள் போன்றவற்றை இங்குப் பயன்படுத்தவேண்டும்.

தீர்வுகாண வேண்டிய கணிதப் பிரச்சினைகளை நுட்பமாகப் பகுப்பாய்வு செய்து தீர்வுகாணும் செயல்களை நோக்கிச் செல்வதே இதன் சிறப்பியல்பு. பகுப்பாய்வு நிலையில் வினாவில் தரப்பட்டுள்ளவை எவை? கண்டுபிடிக்கவேண்டியவை எவை? மேலும் தேவையான தகவல்கள் எவை? சூத்திர வாக்கியங்களைப் பயன்படுத்த வேண்டுமா? மேலும் கண்டுபிடிக்க வேண்டிய தரவுகள் எவை? போன்றவற்றைக் குழந்தைகள் புரிந்துகொள்ள வேண்டும். தொகுத்தாய்வு நிலையில் மேலே கண்டுபிடித்த தகவல்களைப் பயன்படுத்தி பொருத்தமான செயல் முறைகளையும் சூத்திரவாக்கியங்களையும் உபேயோகித்து பிரச்சினைத் தீர்வு/ விடை கண்டுபிடிக்கவேண்டும்.

எ.கா. பள்ளிக்கூடத்தில் மாணவர்களின் மேலாண்மையில் நடக்கும் கூட்டுறவுச் சங்கக் கடைக்குப் பொருட்கள் வாங்க 10,000 ரூபாய் உள்ளது. மொத்த விற்பனை கடையின் விலைத்தகவல் அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது. எல்லா வகைப் பொருட்களையும் உட்படுத்தி, ஒவ்வொருவகையும் எண்ணிக்கையில் குறைந்த அளவில் 100 வரும் படியாக ஒரு கொள்முதல் பட்டியல் தயாரிக்கவும், (10,000ரூபாய் முழுவதும் செலவிடப்படவேண்டும்)

விலை விவர அட்டவணை

	வகை	விலை
1.	நோட்டுப்புத்தகம்	10.00
2.	பேனா	3.00
3.	பென்சில்	1.00
4.	ஸ்கெயில்	2.00
5.	அழிப்பான்	1.00
6.	கணிதப்பெட்டி	20.00
7.	நிலப்படங்கள்	12.00
8.	பசை	7.00
9.	கலர் பேனா	5.00
10.	ஸ்கெச் பேனா	10.00
11.	மார்க்கர்	5.00
12.	விளக்கப்படக் காகிதம்	3.00

இந்தப் பிரச்சினைக்குத் தீர்வுகாண முதலில் பகுப்பாய்வு வினாக்கள் தயாரிக்கவேண்டும்.

1. கண்டுபிடிக்க வேண்டியவை எவை? / தயாரிக்கவேண்டியவை எவை?
2. என்னென்ன தகவல்கள் தரப்பட்டுள்ளன?
 - பொருட்கள் வாங்குவதற்கு உரிய தொகை எவ்வளவு?
 - ஒவ்வொரு வகையிலும் எத்தனை வீதம் வாங்கவேண்டும்?
 - மொத்தம் வாங்கவேண்டிய வகைகள் எத்தனை?
 - விலை விவர அட்டவணை தரப்பட்டுள்ளதா?
3. கொள்முதல் பட்டியலை எவ்வாறு தயாரிக்கலாம்?
4. ஒவ்வொரு வகையிலும் 100 வீதம் வாங்கினால் தொகை மீதி வருமா? எனில் எவ்வளவு?
5. மீதி வரும் தொகைக்கு என்னென்ன பொருட்கள் எத்தனை வீதம் வாங்கலாம்?
6. இப்போது தொகை 10,000 ஆகுமா?
7. அப்படியானால் கொள்முதல் பட்டியல் எவ்வாறு தயாரிக்கலாம்?

பொருத்தமான பட்டியல் தயாரித்து 10,000 ரூபாய்க்கு கொள்முதல் பட்டியல் தயாரிக்கவும். ஒவ்வொரு பகுப்பாய்வு வினாவிற்கு நேராகவும் விடை எழுதவும்

மேலும் பல பிரச்சினைகளைக் கண்டுபிடித்து பகுப்பாய்வு, வினாக்கள் எழுதித்தீர்வு காண்க.

பகுப்பாய்வு முறையின் சிறப்பியல்புகள்

- அறிவுப்பூர்வமானது
- செயல் திறன்களின் வளர்ச்சி
- தேடல் மனப்பான்மை
- பிரச்சினையை எதிர் கொள்வதற்கான தன்னம்பிக்கை
- புதுச் சூழல்களில் பயன்படுத்தும் திறன்
-
-

தொகுத்தாய்வு முறையின் சிறப்பியல்புகள்

- தெரிந்தவற்றிலிருந்து தெரியாதவற்றை நோக்கி
- பிரச்சினைத் தீர்வுக்கு முழுமை அளிக்கிறது.
- முறையாகப் பதிவு செய்கின்றன.
-
-

(III) செயல்திட்ட முறை, சோதித்தறியும் முறை, ஆய்வுமுறை

மிக திறமையானதும் சிக்கல்கள் நிறைந்ததும் வகுப்பறைக்கு வெளியேயும் செல்கின்ற பெரிய கணிதப் பிரச்சினைகளின் தீர்வுகள் காண்பதற்கு இந்த முறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. பகுப்பாய்வு, உட்கிரகித்தல் முறைகள் வகுப்பறையில் தீர்வுகாண இயலாத பிரச்சினைகளுக்கு இவை வாயிலாகத் தீர்வு காணலாம். சில செயல்திட்டச் செயல்பாடுகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

1. கேரளாவின் பல்வேறு மாவட்டங்களில் சென்ற 10 ஆண்டுகளில் பெய்த மழையின் சராசரி கண்டுபிடித்து வரைபடத்தாளில் படவிளக்கமாகத் தரவும்.
2. விற்பனைக்கு வரும் பல்வேறு சோப்புகளின் அலகு விலை (கிராமிற்கு எவ்வளவு) எனக் கண்டுபிடித்து ஒப்புமை செய்யவும்.
3. சாலைக்கட்டுமானத்திற்காகக் குவித்து வைக்கப்பட்டுள்ள சல்லி கூட்டங்களின் கனஅளவு காணவும் (செவ்வகப் பட்டகம், பிரமிடு)

செயல்திட்ட நிலைகள்

► திட்டமிடல்

- பிரச்சினை அனுபவப்படுதல்/ பிரச்சினை வெளியீடு
- பிரச்சினைத் தீர்வின் வழிமுறைகள்
- விவரச்சேகரிப்பின் வாய்ப்புகள்
- விவரச் சேகரிப்புக் கருவி தயாரித்தல்
 - விவரச் சேகரிப்பு
 - பகுப்பாய்வும் கருத்து முடிவும்
 - அறிக்கை தயாரித்தல்
 - வெளியீடு, கலந்துரையாடல்

செயல்திட்டத்தின் மதிப்பீடு, மேற்கூறிய ஒவ்வொரு நிலையிலும் நிகழ்கின்றது.

தொடக்கநிலை வகுப்புகளில் கொடுக்கக்கூடிய செயல்திட்டப் பிரச்சினைகளைக் கண்டுபிடிக்கவும், பொருத்தமான செயல்திட்டம் செய்து அறிக்கை தயாரிக்கவும்.

சோதித்தறியும் முறை (Experimental method)

வகுப்பறையிலோ கணித ஆய்வகத்திலோ வைத்து சோதனைச் செயல்பாடுகளில் ஈடுபட்டு புதுஅறிவுருவாக்கம் பெறவோ கணிதப் பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காணவோ செய்வதே சோதித்தறியும் முறை.

சோதித்தறியும் முறை விதிவருமுறை - விதிவிளக்க முறைகளைவிட உயர்ந்த நிலையில் உள்ளதும் பகுப்பாய்வு, தொகுப்பாய்வு முறைகளைவிட நுட்பமானதும் ஆழமுள்ளதும் ஆகும்.

சிறிய வகுப்புகளில் ஏறக்குறைய விளக்கங்களும் சிக்கல்களும் குறைந்த செயல்பாடுகளையே தேர்வு செய்யப்படவேண்டும்.

எ.கா. 1. ஒரு லிட்டர் கொள்ளளவு உள்ள பல்வேறு செவ்வகப் பாத்திரங்கள் தயாரிக்கவும்.

இந்தச் சோதனைக்குத் தேவையான கருவிகள் செயல்பாட்டு முறை, சோதித்தறியும் பலனைப் பதிவு செய்வதற்கு உரிய அட்டவணைகள் தயாரிக்கவும்.

- இந்தச் சோதனையிலிருந்து குழந்தைகள் உட்கிரகிக்கக் கூடிய சில பலன்கள்.
- ஒருலிட்டர் கொள்ளளவு உள்ள பல்வேறு செவ்வகப் பாத்திரங்களின் நீளம், அகலம், உயரம் என்பனவற்றின் இடையேயுள்ள தொடர்பு, பல்வேறு வகைப் பாத்திரங்கள் தயாரிக்கும் போது மிகக்குறைவான மூலப்பொருள் எந்தப் பாத்திரத்திற்கு என்று பிரித்தறிவதுடன் அந்தப் பாத்திரத்தின் வடிவமும் அறிகின்றனர்.

- கட்டுமானச் செயல்பாடுகள் வழியே பெறுகின்ற நுட்பம், துல்லியம், முழுமை, உருவாக்க உணர்வு ஆகியவை.

சோதித்தறியும் முறையின் நிறைகள்

- குழந்தைகளிடம் ஆர்வமூட்டுவதுடன் ஆனந்தமும் அளிக்கின்றது.
- கோட்பாடுகளைச் சுயமாகக் கண்டுபிடிக்கின்றனர்
- கருத்து வளர்ச்சி முழுமையாக நடைபெறுகிறது.
- செயல்பாடுகள் வழி கற்றல் நடைபெறுகிறது.
- ஆய்வு மனப்பான்மை வளர்கிறது.
- குழந்தைகளின் முழுப்பங்களிப்பு
- கருவிகளைக் கையாளும் திறன் பெறுகின்றனர்.
-
-

சோதித்தறியும் முறையின் குறைகள்

- நேரம் அதிகம்
- செலவு அதிகம்
- அறிவார்ந்த சிந்தனைக்கு முக்கியமின்மை
- எல்லாப் பாடப்பகுதிகளுக்கும் இந்தமுறை வாயிலாக வாய்ப்புகள் இல்லை
- ஆசிரியரின் உதவி/ வழிமுறைகள் இன்றியமையாதது.

சோதித்தறியும் முறைக்கு கூடுதலான எடுத்துக் காட்டுகளை கண்டுபிடிக்கவும்.

ஆய்வு முறை (Heuristic method)

செயல்திட்டம், சோதித்தறியும் முறை என்பவற்றை விட உயர் நிலையில் உள்ளது ஆய்வு முறை. இந்த முறையின் நிலைகள், குறிக்கோள்கள், பலன்கள் என்பவை செயல்திட்ட ஆய்வு முறைகளுக்கு ஒப்பானவை. ஆனால் அளவு, சிக்கல், நேரம் என்பவை அதிகம். புதுக் கருத்துக்களும் அறிவுகளும் உருவாக்கப்படுவதற்கும் கணிதப் பிரச்சினைகளின் தீர்வு காண்பதற்கும் ஆய்வு முறை உதவும். பொதுவாக உயர் வகுப்புகளில் இதன் வாய்ப்புகளை அதிகமாகப் பயன்படுத்தலாம். **I find, I discover** என்பவையே ஹியூரிஸ்டிக் என்ற சொல்லின் பொருள்.

குழந்தைகளின் வயது, முன்னறிவு என்பன அடிப்படையாகக் கொண்ட ஒவ்வொரு வகுப்பிற்கும் பொருத்தமான ஆய்வுமுறைச் செயல்பாடுகளைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும்.

எ.கா. 1. அதிக ஜோடி இணக்க எண்களைக் கண்டு பிடிக்கவும் (Amicable Numbers)

220க்கு 220 தவிர பிற காரணிகளின் தொகை 284, 284க்கு 284 தவிர பிற காரணிகளின் தொகை 220. எனவே, 220, 284 ஆகியன இணக்க எண்கள். இத்தகைய ஜோடிகளைக் கண்டுபிடிக்க ஓர் ஆய்வுச் செயல்திட்டமாக அளிக்கலாம்.

எ.கா.2. இந்தியாவில் வேறுபட்ட மொழிகளில் பயன்படுத்தும் கணித இலக்கங்களின் எழுத்து உருக்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

எ.கா.3. பைதகோரியன் மூவெண்கள் கண்டுபிடிக்க இயற்கணித முறை உருவாக்கவும்.

செயல்திட்டம், சோதித்தறியும் முறை, ஆய்வு முறை என்பவற்றின் பண்புகள், காரணி ஆகியன ஒரே செயல்பாட்டையே வெவ்வேறு வகுப்புகளில் செயல்திட்டமாகவோ ஆய்வாகவோ, சோதித்தறியும் முறையாகவோ கொடுக்கலாம். ஒவ்வொன்றிற்கும் உரிய கற்றல்முறை, கற்றல் உத்திகள், தகவல் சேகரிப்பு முறைகள் ஆகியவை தயாரிக்க ஆசிரியர் தேவையான முன் ஆயத்தங்கள் செய்யவேண்டும்.

ஆய்வு முறையின் நிறைகள்

- கற்றல் செயல்முறையில் குழந்தைகளின் முழுப் பங்களிப்பு
- அறிவைச் சுயமாகப் பெறுகின்றனர்
- புதுச் சூழல்களில் பயன்படுத்த இயல்கிறது.
- சுயமாகக் கண்டுபிடிக்கின்றனர் என்ற மன நிறைவு.
- பொருட் செறிவுடன் கற்கின்றனர்.
- தொடர் கல்விக்கு ஊக்கம் அளிக்கிறது.

குறைகள்

- எல்லாப் பாடப்பகுதிகளுக்கும் பொருந்தியது அல்ல.
- நேரம் அதிகம்
- எல்லாக் குழந்தைகளையும் ஆய்வாளர் என்ற நிலையில் மேம்படுத்த இயலாது.
-
-

ஆய்வு முறைக்கு முதலாக எடுத்துக் காட்டுகள் கண்டுபிடிக்கவும்.

பல்வேறு கற்றல் - கற்பித்தல் உத்திகள்

வேறுபட்ட கற்பித்தல் முறைகளுக்கு அப்பால் கணித வகுப்பில் பயன்படுத்தக் கூடிய சில குறிப்புகளே கற்றல் - கற்பித்தல் உத்திகள்.

- தனிநபர் - குழுக் கலந்துரையாடல்கள்
- ஒப்படைப்பு
- விவாதம்
- செயல் திட்டம்
- கணிதச் சேகரிப்பு
- கணித விளையாட்டு

- கணித வரிசைகள்
- கணிதக் கதை, கவிதை
- கணிதப் புதிர்கள்
- மாதிரிகள் செய்தல்/ காட்சிப்படுத்துதல்
- ஐ.சி.டி.சார்ந்த உத்திகள், வெளியீடுகள், பரிமாற்றச் செயல்கள், அப்லெட்டுகள்.
- மாதிரிவகுப்புகள்.

ஒவ்வொரு உத்திக்கும் பொருத்தமான கற்றல் அடைவோ கருத்தோ கண்டுபிடித்து நிகழ்வுகள் / செயல்பாடுகள் / எடுத்துக்காட்டுகள் தயாரிக்கவும். ஒவ்வொன்றிற்கும் உரிய வரையறைகள் தயாரித்து குழுவில் / வகுப்பில் வெளியிட்டு மேம்படுத்தி பதிப்புகள் தயாரிக்கவும்.

ஒவ்வொரு கற்றல் கற்பித்தல் உத்தியையும் தொடக்கநிலை கணிதப் பாட ஏற்பாட்டிலிருந்து தயாரித்து வகுப்புகளில் வெளியிடவேண்டும்.

வேறுபட்ட குழுக்களின் கருத்தரங்கம், விவாதம், கணித விளையாட்டு, அமைப்புகள் போன்ற பல்வேறு உத்திகள் பயன்படுத்தும்போது கவனிக்கவேண்டியனவற்றைக் கலந்துரையாடல் மூலம் ஒழுங்குபடுத்தலாம் அல்லவா?

மறைமுக பாடஏற்பாடு

பாட ஏற்பாடு பரிமாற்றம் மூலம் மாணவர்கள் தெரியாமல் அடைகின்ற மதிப்பீடுகள், அனுபவங்கள், மனப்பான்மைகள், திறன்கள், சமூகக்கூட்டுறவுணர்வு, என்பன மறைமுக பாடஏற்பாடு மண்டலங்கள். பாடஏற்பாடு உருவாக்குபவர்கள் திட்டமிட்டு உட்படுத்தும் இத்தகைய காரணிகள் கற்போர் அறியாமலே பல்வேறு பரிமாற்ற உத்திகள் மூலம் கற்போரிடம் சென்று சேர்கின்றன.

ஆண் பெண் சமத்துவம், தனிக் கவனம் தேவைப்படும் மாணவர்களிடம் சாதகமான மனநிலை, சமூக நீதி, சமத்தும், வாய்ப்புகளில் சமத்துவம், தனிநபர் வேறுபாடு போன்றவற்றை அங்கீகரித்தல், அறிவியல் கண்ணோட்டதை வளரச் செய்தல், சுற்றுச் சூழல் பாதுகாப்பு போன்ற வேறுபட்ட கருத்துகளை மறைமுகபாட ஏற்பாட்டில் உட்படித்தலாம். பொருத்தமான பாடப்பகுதிகள், கதை மாந்தர்களின் பெயர்கள், அறக் கருத்துகள் அடங்கியக் கதைகள், மகான்களுடைய அனுபவங்களும் வாழ்க்கையும், அரசியல் அமைப்புக் கொள்கைகள், அறிவியல் கண்ணோட்டம், ஆண் பெண் கதை மாந்தர்களின் பண்பு நலன்கள், பல்வேறு பட்ட மதப்பண்பாட்டு, மதிப்புகள் போன்றவற்றைத் தேவையான முறையில் பாடப் பகுதிகளில் சேர்ப்பது மறைமுக பாட ஏற்பாட்டின் பகுதியாகும்.

பல்வேறு வகுப்புகளின் உள்ள பாடப்புத்தகங்களைச் சோதனையிட்டு மறைமுக பாட ஏற்பாட்டில் ஒவ்வொரு மண்டலத்துடன் தொடர்புடைய நிகழ்வுகளையும் சான்றுகளையும் கண்டு பிடித்து குறிப்பு தயாரிக்கவும். அவற்றை வகுப்பில் பொதுக் கலந்துரையாடலுக்குப் பயன்படுத்தவும்.

- பாலினச் சமத்துவம்
- தனிக்கவனம் தேவைப்படுபவர்களிடம் சாதகமான மனநிலை
- வேறுபட்ட மதிப்புகள்

- சமூக மதிப்புகள்
- பெண் சமத்துவம்
- சம வாய்ப்புகள்
- அறிவியல் கண்ணோட்டம்
- உயிரினங்களிடம் கருணை காட்டுதல்
-
-

பிரச்சினைத்தீர்வு கணிதக்கல்வியில்

முன்னுரை

பிரச்சினையைப் பகுப்பாய்வு செய்யும் திறனும் கணக்குக் கூட்டுவதற்கான திறனும் (computation skill) சேர்ந்ததே கணிதக் திறன் என எளிமையாகவும் சுருக்கமாகவும் கூறலாம். நவீன காலத்தில் கணக்குக் கூட்டுவதற்கு இயந்திர அமைப்புகளை உதவிக்கு நாடலாம் என்றாலும் பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண வேண்டியவர்கள் பிரச்சினையில் உள்ளவர்கள் அதாவது மாணவர்களே. ஆதலால் கணிதக் கற்றலின் வழியாக நோக்கமிடுவது பிரச்சினையைப் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும் பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண்பதற்கும் உள்ள திறனைக் கூட்டுவதே ஆகும். பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண்பதற்காக ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடிய உத்திகளையும் வழிமுறைகளையும் புரிந்து கொண்டால் மட்டுமே இதனைச் சொந்தமாக்க இயலும். அந்த நிலையில் கணிதம் கற்பித்தலில் உள்ள பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண்பதின் முக்கியத்துவத்தைப் புரிந்து கொள்வதே இந்த அலகின் குறிக்கோளாகும்.

கற்றல் அடைவுகள்

பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண்பதின் பல்வேறு நிலைகளை அறிந்து கொள்ளுதல்.

பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண்பதின் பல்வேறு உத்திகளை அறிந்து கொள்ளுதல்.

முக்கியக் கருத்துகள்

- பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண்பதற்கான பல்வேறு நிலைகளைக் கண்டறிதல்.
- பிரச்சினையைப் புரிந்து கொள்ளுதல் (understanding the problem)
- பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண்பதற்கான திட்டங்களைத் தயாரித்தல் (design a plan for problem solving)
- திட்டங்களைப் பொறுப்பேற்று நடத்துதல் (carryout the plan)
- கிடைத்த விடையை மீள்பார்வை செய்தல் (look back and examine the solution obtained)
- Make a table
- Make an organised List
- Draw a graph/diagram
- Look for a pattern
- Look backward
- Guess & Check
- Solve a simple or similar problem.

இராமு மளிகைக்கடையில் 78 ரூபாய்க்கு அரிசி வாங்கினான். காய்கறிக்கடையில் 45 ரூபாய்க்கு காய்கறியும் வாங்கினான். இவ்விரு பொருட்களையும் சேர்த்து வாங்க எவ்வளவு ரூபாய் செலவாகும்?

இந்தப் பிரச்சினைக்கு விடை காணுதல் மாணவனுக்கு எளிதாகும். இதன் காரணம் வினாவில் தரப்பட்டுள்ள 'சேர்த்து' என்பது கூட்டல் செயல்பாட்டைச் சுட்டுகிறது.

வேறொரு பிரச்சினையைச் சோதித்துப்பார்ப்போம்.

இராமுவிடம் 15 ரூபாய் உள்ளது. 45 ரூபாய்க்குப் பொருட்கள் வாங்க இராமு இன்னும் எத்தனை ரூபாய் சேர்த்துக்கொள்ளவேண்டும்?

முதல் வினாவில் உள்ள 'சேர்த்து' என்ற சொல்லே இங்கும் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. ஆனால் பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண்பதற்குக் கழித்தல் தேவைப்படுகிறது.

வேறொரு பிரச்சினையையும் பார்ப்போம்.

சாலையோர எல்லைக்கல்லின் இருபக்கமும் எழுதியதைப் பார்க்கவும்.

கோழிக்கோடு	பய்யனூர்
128	18
கி.மீ	கி.மீ

இவற்றைச் சோதித்துப் பார்த்துக் கோழிக்கோட்டிலிருந்து பய்யனூர்க்கு உள்ள தூரத்தைக் கணக்கிட இயலுமா?

இந்தப் பிரச்சினையில் செயல்பாட்டைக் குறித்துள்ள எந்தவிதக் குறிப்புகளும் தரப்படவில்லை.

எல்லைக் கல்லில் கோழிக்கோடு 128கி.மீ., பய்யனூர் 18கி.மீ என்பதிலிருந்து நாம் புரிந்துகொண்டது என்ன?

பய்யனூர் 18கி.மீ எனக் கண்டால் மறுபக்கம் கோழிக்கோடு எவ்வளவு கிலோமீட்டராக இருக்கும் எனக் காண்பிக்கவும். இதே முறையில் சிந்தித்தால் கிலோமீட்டர் எல்லைக்கல்லில் இரு பகுதிகளிலும் உள்ள கிலோமீட்டர்களின் தொகையே இந்த இரண்டு இடங்களுக்கும் இடையே உள்ள தூரம்.

மூன்று வெவ்வேறு முறைகளிலான பிரச்சினைகளை நாம் இங்கே எதிர்கொண்டோம். முதல் பிரச்சினையில் சரியான செயல்குறிப்பு தரப்பட்டிருந்தது. இரண்டாவது பிரச்சினையில் நேரடியான குறிப்பு தரப்படவில்லை. மூன்றாவது பிரச்சினையில் செயல்பாடு குறிப்பு தராமல் தீர்வு காணப்படவேண்டியிருந்தது. வேறொரு முறையில் கூறினால் முதல் பிரச்சினையிலிருந்து மூன்றாவது பிரச்சினைக்கு வரும்போது அறிவுபூர்வமான முறையில் வளர்ச்சி தென்படுகிறது.

ஒரு பிரச்சினை என்றால் என்ன?

17 இல் இருந்து 9 ஐ குறைத்தால் எவ்வளவு? என்பதை 7ஆம் வகுப்பு மாணவர் ஒரு பிரச்சினையாக உணர வாய்ப்பில்லை. ஆனால், இரண்டாம் வகுப்பு மாணவர் அதை ஒரு பிரச்சினையாக உணர வாய்ப்புள்ளது அல்லவா. இதற்குத் தீர்வு காண்பதற்கு வெவ்வேறு வழிமுறைகளை மாணவர் ஆராய வேண்டியுள்ளது. இங்குப் பிரச்சினைத் தீர்வு எவ்வாறு நடைபெறுகிறது?

17ஐ 10+7 என மாற்றலாம்.

10 - இல் இருந்து 9 தைக் குறைத்தால் ஒன்று கிடைக்கும். 7 மைக் கூட்டினால் 8 என விடை கிடைக்கும்.

இன்னொரு முறையில் சிந்தித்தாலோ?

17 - இலிருந்து 10 ஐக் கழித்தால் 7 கிடைக்கும். இருப்பினும் கழிக்கவேண்டியது 9 அல்லவா. அதனால் 7 உடன் ஒன்றைச் சேர்த்துக் கூட்டவேண்டும். அவ்வாறு 8 என்ற விடை கிடைக்கும்.

இவ்வாறு வேறுபட்ட முறைகளில் இந்தப் பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காணலாம். ஆனால், 7-ஆம் வகுப்பு மாணவர் இந்தப் பிரச்சினைக்கு உடனடியாக விடை காண இயலும். காரணம் இதைப்போன்ற ஏராளமான பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு கண்ட அனுபவம் மாணவரிடம் உள்ளது.

வேறொரு பிரச்சினையைப் பார்ப்போம்

MA +

இதில் ஒவ்வொரு எழுத்தும் 0 முதல் 9 வரை உள்ள 10 இலக்கங்களில் ஒன்றாகுமெனில் எண்கள் எவை?

இரண்டிலக்க எண்ணிற்கும் ஓர் இலக்க எண்ணிற்கும் இடையே உள்ள கூட்டல் தெரிந்த ஒரு மாணவருக்கு இந்தப்பிரச்சினை எவ்வாறு அனுபவப்படுகிறது?

A இன் இடத்தில் வரும் இலக்கம் எது?

5, 6, 7, 8, 9 என்பனவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றாகும். (காரணம் என்ன)

11 உடன் ஒன்று கூட்டியதே A (எதனால்?)

இந்த இரண்டு விதிகளின் படி எடுக்கக்கூடிய இரண்டிலக்க எண்கள் எவையெல்லாம்?

45, 56, 67, 78, 89 என்பனவற்றில் பொருத்தமானது எது 89

அப்பொழுது எண் 89

இது கூட்டல் செயல்பாடு நன்றாகத் தெரிந்த மாணவருக்கும் ஒரு பிரச்சினையாகத் தோன்றும். காரணம், வெறும் கூட்டலுக்கும் அப்பால் அறிவு சார்ந்த வேறொரு நிலை இங்குத் தென்படுகிறது.

இயந்திர முறையிலான வெறும் கணிதச் செயல்பாடுகள் அல்லாமல், ஒவ்வொரு மாணவரும் அவரவர் கற்றல் திறனுக்கு ஏற்ப அறிவுப்பூர்வமாகச் சிந்தித்து தரவுகளில் ஒன்றோடொன்றுக்கு உள்ள தொடர்புகளைக் கண்டுபிடித்து தீர்வுகள் காணவேண்டியனவே பிரச்சினைகள்.

பிரச்சினைத் தீர்வு நிலைகள்

- பிரச்சினையைப் புரிந்துகொள்ளல் (Understanding the problem)
- பிரச்சினைத் தீர்வுக்கு உரிய திட்டம் தயாராக்குதல் (Design a plan for problem solving)
- திட்டத்தை ஏற்றெடுத்தல் (Carryout the plan)

- விடையை உற்றுப் பார்த்தல் (Look back the solution obtained)
- இதனைச் சுருக்கமாக வேறொரு முறையிலும் கூறலாம்.



ஒரு கட்டையில் ஆரஞ்சு ஒன்றின் விலை 4 ரூபாய் ஆகும். ஆனால், 10 ரூபாய்க்கு மூன்று ஆரஞ்சு கிடைக்கும். தினேசன் 13 ஆரஞ்சுகளை வாங்கினான் எனில் எத்தனை ரூபாய் கொடுக்க வேண்டும்.

இந்தப் பிரச்சினையின் தீர்வை எவ்வாறு காணலாம்.

<p>1. பிரச்சினையைப் புரிந்துகொள்ளல்</p> <ul style="list-style-type: none"> • ஒரு ஆரஞ்சின் விலை • 10 ரூபாய்க்குக் கிடைக்கும் ஆரஞ்சுகளின் எண்ணிக்கை • வாங்கிய மொத்த ஆரஞ்சுகளின் எண்ணிக்கை. • மிகக் குறைவாக எத்தனை ரூபாய் கொடுக்க வேண்டும்? <p>2. பிரச்சினைத் தீர்வுக்கு உரிய திட்டம் தயாராக்குதல்</p> <ul style="list-style-type: none"> • 13 ஆரஞ்சுகளுக்கு எத்தனை ரூபாய் கொடுக்கவேண்டும் எனக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும். • ஒரு ஆரஞ்சுக்கு 4 ரூபாய் வீதம் 13 ஆரஞ்சுகளுக்கு $13 \times 4 = 52$ ரூபாயே மிகக்கூடிய விலை. • 10 ரூபாய் க்கு 3 ஆரஞ்சுகள் கிடைப்பதால் மிகக்கூடிய அளவில் 3 இன் தொகுப்புகளாக மாற்றவேண்டும்.

திட்டமிடுதல்

- 13 ஐ 3 இன் தொகுப்புகளாக்குவதற்கு 13ஐ 3ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$$13 \div 3 = 4 \quad 3 + 1$$

$$4 \quad 10 + 4 \quad (4 \text{ செற்று } 10 \text{ ரூபாய் வீதம், } 1 \text{ செற்று } 4 \text{ ரூபாய்})$$

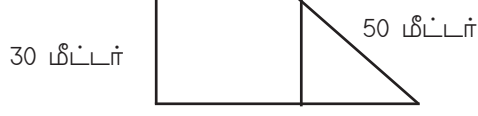
$$40 + 4 = 44$$

விடையை உற்றுப்பார்த்தல்

- மொத்தம் கொடுக்கவேண்டியது 44 ரூபாய்.
- 40 ரூபாய்க்குக் கிடைக்கும் ஆரஞ்சுகள் $4 \times 3 = 12$
- 4 ரூபாய்க்கு 1 ஆரஞ்சு
- 44 ரூபாய்க்கு $12 + 1 = 13$ ஆரஞ்சுகள்

மேலும் வேறொரு வினாவைப் பார்ப்போம்.

ஒரு சதுரமும் செங்கோணமுக்கோணமும் சேர்ந்த நிலத்தின் படம் கீழே காணப்படுகிறது.



இதன் பரப்பளவு எவ்வளவு?

இந்தப் பிரச்சினைக்குத் தீர்வு காண்பதற்கு உரிய பல்வேறு நிலைகளை உட்கொண்டு விடையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

1 முதல் 5 வரை உள்ள வகுப்புகளின் பாடப்புத்தகங்களை நன்றாக ஆராய்ந்து ஏதேனும் 10 பிரச்சினைகளைக் கண்டுபிடித்து அவற்றின் பிரச்சினைத் தீர்வு காணும் பல்வேறு நிலைகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காண்க.

பிரச்சினைத் தீர்வுகாணும் பல்வேறு உத்திகளைப் பகுத்தறிதல்.

அன்றாட வாழ்க்கையில் பிரச்சினைத் தீர்வு காண்பதற்கு உரிய ஒரு கருவியே கணிதம். இது செயல்பட வேண்டுமெனில் இத்தகைய பிரச்சினைகளின் தீர்வுகளுக்கு வகுப்பறையில் வாய்ப்புகள் உருவாக வேண்டும். கணிதப்பிரச்சினைகளை உட்கொள்வதற்கும் விடையை நோக்கி வந்து சேரவும் வகுப்பில் மாணவர்களுக்கு வாய்ப்புகள் கிடைக்கவேண்டும். ஒவ்வொரு பிரச்சினைத் தீர்வுக்கும் சில உத்திகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும். இந்த உத்திகளைக் கீழ்க்காணும் முறைகளில் தொகுத்து வழங்கலாம்.

- அமைப்பு உருவாக்குதல்
- அமைப்பு கண்டுபிடித்தல்
- விதிவரும் முறையில் கோட்பாட்டை உருவாக்குதல்
- ஊகித்தல்
- அட்டவணையாக்குதல்
- காரண காரியத் தொடர்பைக் கண்டுபிடித்தல்
- படமாக்குதல்.
-

நடைமுறைப் பிரச்சினைத் தீர்வு காண்பதற்கு உரிய பிரச்சினைப் பகுப்பாய்வு வினாக்களைத் தயாராக்குதல் எவ்வாறு?

ஒரு நடைமுறைப் பிரச்சினைத் தீர்வுக்கு அந்தப் பிரச்சினையை உட்கிரகிக்கவேண்டும். இந்த உட்கிரகித்தலுக்கு உதவும் வினாக்களை பிரச்சினைப் பகுப்பாய்வு வினாக்கள் எனக் கூறுவதுண்டு.

பகுப்பாய்வு வினாக்களின் சிறப்பியல்புகள்

- நேரடியாக விடையை நோக்கி வழிநடத்தக்கூடாது.
- விவரங்களைச் சேகரிக்கவும் பிரச்சினையைப் பகுப்பாய்வு செய்யவும் உதவ வேண்டும்.
- குழந்தையின் சிந்தனையை ஊக்குவிக்கிறது.

- குழந்தையின் படைப்பாற்றலை நலிவுபடுத்தக்கூடாது.
- வினாக்களுக்கு வரிசையார்ந்த அமைப்பு இருக்கவேண்டும்.

பள்ளிக்கூடத்தின் முன் பகுதியில் ஒரு காய்கறித்தோட்டம் அமைக்கவேண்டும். 36 மீட்டர் சுற்றளவில் தோட்டத்தை உருவாக்கவேண்டும். தோட்டம் செவ்வக வடிவத்தில் அமையவேண்டும். அதிகமாகக் காய்கறிகளைத் தோட்டத்தில் நடவேண்டுமெனில் தோட்டத்தின் நீளமும் அகலமும் எவ்வளவாக இருக்கவேண்டும்?

இந்த வினாவை உட்கொள்வதற்கும் / பகுப்பாய்வதற்கும் உரிய வினாக்கள் எவை?

- கண்டு பிடிக்க வேண்டியவை என்ன?
(மிகக்கூடுதல் பரப்பளவு உள்ள செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும்)
- நீளமும் அகலமும் கண்டுபிடிக்கும் செவ்வகத்தின் சிறப்பியல்புகள் எவை?
(மிகக் கூடுதல் பரப்பளவு உள்ளதாக இருக்கவேண்டும்)
- நீளமும் அகலமும் கண்டுபிடிக்க என்ன தரப்பட்டுள்ளது?
(செவ்வகத்தின் சுற்றளவு)
- செவ்வகத்தின் சுற்றளவு கண்டுபிடிப்பது எவ்வாறு?
(நீளமும் அகலமும் கூட்டி 2 ஆல் பெருக்கவேண்டும்)
- சுற்றளவிலிருந்து நீளத்தையும் அகலத்தையும் எவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்? நீளத்தையும் அகலத்தையும் கூட்டினால் எவ்வளவு கிடைக்கும்? எதனால்?
(18 கிடைக்கம். சுற்றளவின் பாதியாகும்)
- நீளத்தையும் அகலத்தையும் எத்தனை வேறுபட்ட முறைகளில் அட்டவணைப்படுத்தலாம்?
[(17,1), (16,2), (15,3), (14,4), (13,5), (12,6), (11,7), (10,8), (9,9)]
- அட்டவணையிலிருந்து பரப்பளவை எவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்?
(நீளத்தையும் அகலத்தையும் பெருக்கி)
- மிகக் கூடுதலான பரப்பளவு எது?
81
- நீளமும் அகலமும் எவ்வளவு?

நீங்கள் தயாராக்கிய அட்டவணையிலிருந்து வேறு எத்தகைய முடிவுகளுக்கு வந்துசேரலாம்?

மேலும், வேறொரு வினாவையும் ஆராய்வோம்.

வேறுபட்ட 4 பகா எண்களின் தொகை 43. இவற்றில் ஓர் எண் 13 எனில் ஏனைய எண்கள் எவை?

- கண்டுபிடிக்க வேண்டியது என்ன?
- பகா எண்கள் என்றால் என்ன?
2, 3, 5, 7.....
- பிரச்சினைத் தீர்வுக்கு எந்த தரவுகள் இங்குத் தரப்பட்டுள்ளது?
(4 பகா எண்களின் தொகை - 43, ஒரு எண் - 13)
- 3 பகா எண்களின் தொகை எவ்வளவு?
(43 - 13 = 30)

- ஏதேனும் மூன்று வெவ்வேறு பகா எண்களின் தொகுப்பை எடுத்து கூட்டிப் பார்க்கவும்.
- உங்களுக்குக் கிடைத்த விடையின் சிறப்பியல்புகள் எவை?

(எல்லாம் ஒற்றை எண்களாகும்)

- முதலில் கிடைத்த விடைக்கும் இந்த விடைக்கும் இடையே ஆன வித்தியாசம் என்ன?
- 3 பகா எண்களின் தொகைகளின் விடை எதனால் இரட்டை எண் ஆனது?
- (2 என்ற பகா எண் வந்ததனால்)
- எனில் ஏனைய இரண்டு பகா எண்கள் எவை?

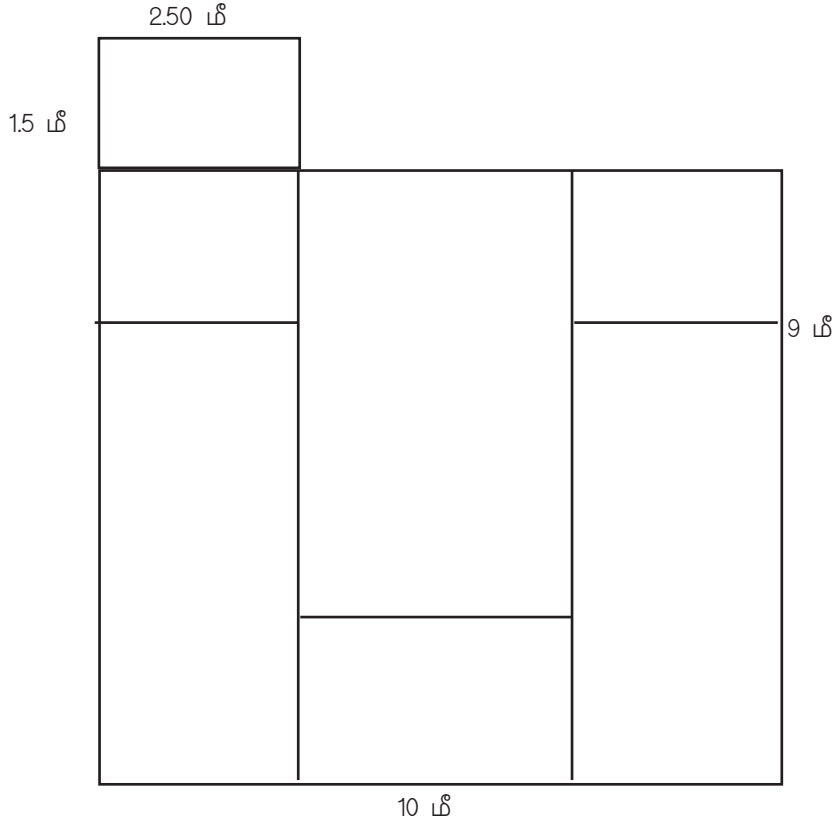
பாடப்புத்தகத்திலிருந்து வினாக்களைக் கண்டுபிடித்து பகுப்பாய்வு வினாக்களையும் எதிர்பார்க்கும் விடைகளையும் கண்டுபிடிக்கவும்.

திறந்த வினாக்கள்

ஒரு வினாவிற்கு ஒருவிடை ஒரு வழிமுறை என்பதிலிருந்து விலகி வெவ்வேறு விடைகளும் பல்வேறு வழிமுறைகளும் உள்ளனவே திறந்த வினாக்கள். ஒவ்வொரு மாணவரும் தங்களுக்கு உகந்த வழிமுறைகளில் விடைகளைக் காண்பதன் வழியே பன்முகச்சிந்தனை (Divergent thinking) அறிவார்ந்த சிந்தனை, சிந்தனையோட்டம் பற்றிய சிந்தனை என்பனவற்றிற்கும் வழிகாட்டுகிறது. பல்வேறு முறைகளில் ஆராய்தல், பொதுமயமாக்குதல், உட்கிரகித்தல் போன்ற செயல்திறன்கள் விரிவாக்கம் பெறுகின்றன.

கீழே தரப்பட்டுள்ள இரு வினாக்களைக் கவணிக்கவும்.

1.



மேலே தரப்பட்டுள்ள வீட்டின் வரைபடத்தைப் பார்க்கவும். இதன் பரப்பளவு எவ்வளவு சதுர மீட்டர்?

2. அப்பா, அம்மா, இரு குழந்தைகள் பாட்டி ஆகியோர் வசிப்பதற்குப் பொருத்தமான ஒரு வீட்டின் வரைபடத்தை வரையவும். நீங்கள் வரைந்த வரைபடத்திற்கு எவ்வளவு சதுரமீட்டர் பரப்பளவு உள்ளது?

முதல் வினா பகுப்பாய்வு வாய்ப்புகளின்றி வெறும் பரப்பளவு காண்பதற்கான ஒரு வினாவாகும்.

இரண்டாவது வினாவில் பிரச்சினையை உட்கொள்வதற்கான ஒரு தரவும் தரப்படவில்லை. இங்கு மானவர் பிரச்சினையை உட்கொண்டு பொருத்தமானதும் தேவையானதுமான தரவுகளைக் காணவேண்டும். அதனால் முதல் வினாவை ஒரு மூடிய வினாவென்றும் இரண்டாவது வினாவை ஒரு திறந்த வினா எனவும் கூறலாம். இந்த இரு வினாக்களின் தன்மைகளைக் கீழ்க்காணும் முறைகளில் அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

மூடிய வினா	திறந்த வினா
<ol style="list-style-type: none"> 1. Well Structured ஆகும் 2. தேவையான தரவுகள் வினாவில் காணப்படும் 3. பிரச்சினைக்கு உரிய வழிமுறைகளில் செல்லவேண்டும் 4. அனைவரின் சரி விடை ஒன்றாகவே இருக்கும் 	<ul style="list-style-type: none"> • Structured ஆகும் • தரவுகளைக் கண்டுபிடித்து, அலசி ஆராய்ந்துவிடையைக் கண்டுபிடிப்பவர்களே ஏற்றெடுக்க வேண்டும். • பிரச்சினைத் தீர்வுகாண பல்வேறு வழிமுறைகள் உள்ளன. • குறிப்பிட்ட விடை இல்லை / பல விடைகளைப் பல்வேறு கணிதச் செயல்பாடுகள் மூலமாகக் காண இயல்கிறது. • சுதந்திரச் சிந்தனைக்கு வாய்ப்பு உள்ளது. • இயல்பான சிந்தனைச் செயல்பாட்டிற்கு ஊக்கம் அளிக்கிறது. • அறிவார்ந்த முறையில் நிறுவும் உணர்வும் பரிமாற்றத் திறனும் வளர்கிறது. • கற்பனை உருவாக்கத்திற்கும் இரசனைக்கும் இடம் கிடைக்கிறது.

திறந்த வினாவிற்கு உரிய ஓர் எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம்.

- உங்கள் வீட்டின் மாதவருமானம் எவ்வளவு? இதற்குப் பொருத்தமான முறையில் ஒரு மாதத்தின் குடும்ப வரவு - செலவுத் திட்டத்தைத் தயாரிக்கவும்.

வேறு சில வினாக்களையும் கவணிக்கவும்.

- ஒரு சமையல் அறைக்கு 12 சதுரமீட்டர் பரப்பளவு உள்ளது. அதன் நீளமும் அகலமும் எவ்வளவு?
- 1000 லிட்டர் தண்ணீர் நிரப்பக்கூடிய ஒரு தண்ணீர்த் தொட்டியின் நீளம், அகலம், உயரம் என்பன எவ்வளவு?

இந்த இரு வினாக்களிலும் சில தரவுகள் தரப்பட்டிருந்தாலும் அறிவுப்பூர்வமான ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட விடைகள் உள்ளன. சில விடைகளை வேண்டாம் என்று கூறுவதற்கு உரிய சூழல்களைப் பகுத்தறிய வேண்டும். அதனால் இவ்வகை வினாக்களையும் திறந்த வினாக்களாக கருத்தில் கொள்ளலாம்.

மூடிய வினாக்களைத் திறந்த வினாக்களாக மாற்றினால் குழந்தையின் படைப்பாற்றலும், அறிவுப்பூர்வமான சிந்தனையும் வளரும் அல்லவா? அதனால் பாடப்புத்தகத்தில் உள்ள மூடிய வினாக்களைத் திறந்த வினாக்களாக மாற்றுவதற்கு உரிய பயிற்சி பெறவேண்டும்.

20 செமீ நீளமும் 10 செமீ அகலமும் 5 செமீ உயரமும் உள்ள ஒரு பாத்திரத்தில் எத்தனை லிட்டர் தண்ணீர் நிரப்ப முடியும்?

இது ஓர் மூடிய வினா அல்லவா, இதனை எவ்வாறு திறந்த வினாவாக ஆக்கலாம்?

1 லிட்டர் தண்ணீர் நிரப்பக்கூடிய ஒரு பாத்திரத்தின் நீளம், அகலம், உயரம் எந்த அளவில் இருக்கும்? இதைப் போன்று பாடப்புத்தகத்தைப் பகுப்பாய்வு செய்து திறந்த வினாக்களாக ஆக்கலாம்.

சில எடுத்துக்காட்டுகளை எழுதவும்.

தொழில் நுட்பம் கணிதக் கல்வியில்

முன்னுரை

கருத்துப் பரிமாற்றம் மிகப் பொருளாற்றத்தாக அமையவேண்டுமெனில் தகவல் தொடர்பின் பங்கு இன்றியமையாததாகும். கண்டும் கேட்டும் உணர்ந்தும் கற்பதற்கான வாய்ப்பை அது கற்பவர்களுக்கு வழங்குகிறது.

கணிதக்கருத்துகளை மிகச்சிறந்த முறையில் பரிமாற்றம் செய்ய இன்றையகால அளவில் வேறுபட்ட தகவல் தொடர்பு முறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. கணினி, கைபேசி போன்றவை கருத்து பரிமாற்றத்தில் ஏற்படுத்திய மாற்றங்கள் புரட்சிகரமானவையாகும். ஆசிரிய மாணவர்கள் இம்முறைகளை அறிந்துகொள்ளவும் அவற்றை வகுப்பறையில் செயல்படுத்துவதற்கும் உரிய திறனைப் பெற வேண்டும்.

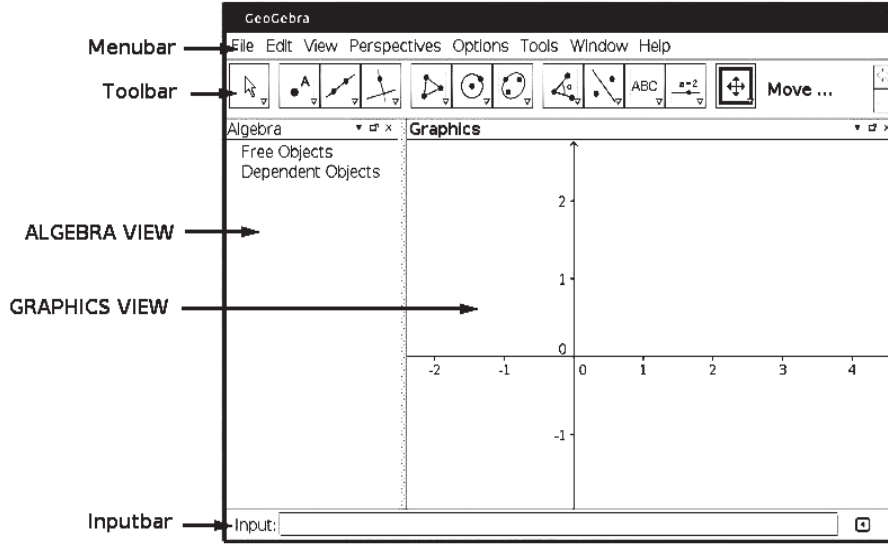
கணிதக் கல்வியுடன் தொடர்புள்ள தற்போதைய அமைப்புகளைப் பற்றியும் அவற்றின் வகுப்பறை வாய்ப்புகளைப் பற்றியும் உள்ள கருத்துக்கள் இந்த அலகில் விளக்கப்படுகின்றன.

கற்றல் அடைவுகள்	முக்கியக் கருத்துகள்
<ul style="list-style-type: none"> • கணிதக் கல்வியில் தொழில் நுட்பத் தினுடைய வாய்ப்புகளைக் கண்டடைதல் • கணிதக் கல்விக்கு பயன்படுத்துகின்ற மென் பொருட்களைக் குறித்து கருத்துகளை அடைதல். 	<ul style="list-style-type: none"> • கணிப்பான், கணினி, அலைபேசி போன்றவற்றிற்கு கணிதக் கல்வியில் உள்ள பங்கு. • கணிதக் கல்விக்கு பொருத்தமான பல்வேறு அப்ளிக்கேஷன்கள். • கணிதக் கல்விக்குத் தேவையான பல்வேறு மென்பொருட்கள். • ஜியோ ஜிப்ரா • கிக் • ஜெ பிராக்ஷன் ஆய்வுக் கூடம்.

ஜியோஜிப்ரா

கணிதக்கல்வியில் மாணவருக்கும் ஆசிரியருக்கும் ஒரே போல் உதவிசெய்யும் ஓர் இயங்கு மென்பொருள் ஜியோஜிப்ரா ஆகும். வடிவியல் வடிவங்கள் வரைந்து தொடங்கும் தொடக்கநிலை வகுப்பறைகளில் ஆரம்பித்து ஆய்வு மாணவர்களுக்கு வரை பயன்படும் இது சுதந்திரமாகக் கிடைக்கின்ற ஒரு மென்பொருளாகும்.

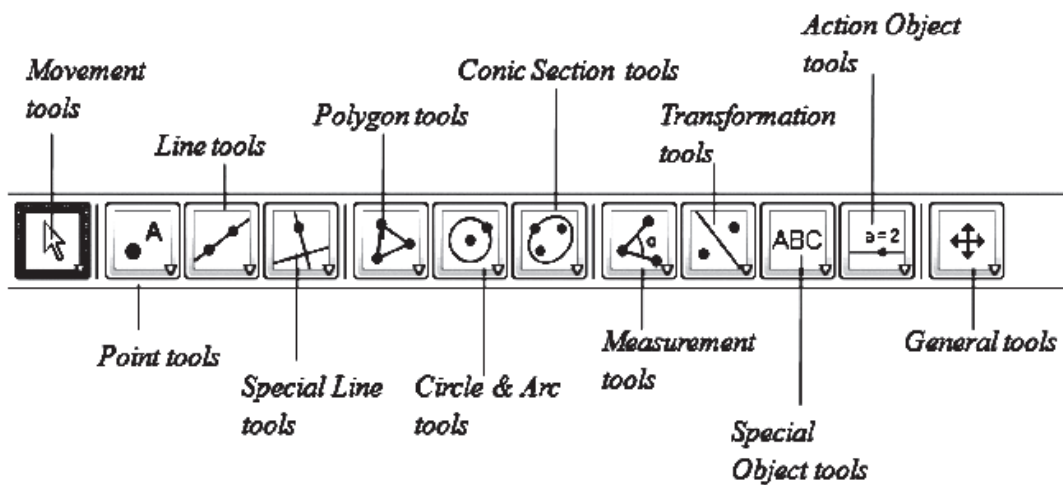
ஜியோஜிப்ரா திறக்கும்போது கீழேகாண்பது போன்ற ஒரு சாளரம் கிடைக்கும்.



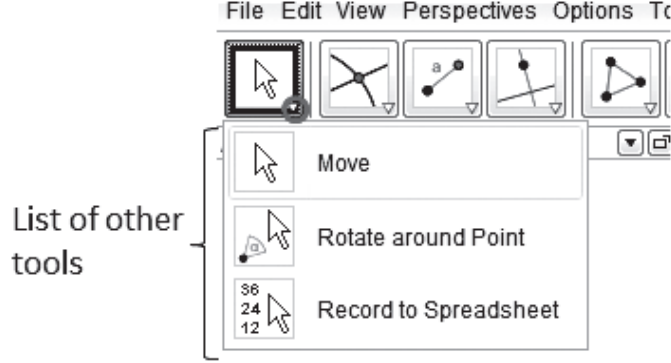
இதில் கருவிப்பட்டையிலிருந்து கருவிகளைத் தேர்ந்தெடுத்து கிராபிக் காட்சியில் வடிவியல் படங்களை வரையலாம். இவ்வாறு வரையும் அமைப்புகளின் இயற்கணித வடிவத்தை ஆல்ஜிப்ரா காட்சியாகக் காண்பதற்கு இயல்கிறது. அதனால் இடைநிலை வகுப்புகளில் கணிதக் கற்றலுக்கு ஆல்ஜிப்ரா காட்சி தேவையில்லை. இதை மறைத்து வைப்பதற்கு ஆல்ஜிப்ரா காட்சியின் மேலே வலப்பக்கத்தில் உள்ள X அடையாளத்தில் கிளிக் செய்தால் போதுமானது. அதைப்போன்று கிராபிக் காட்சியில் உள்ள எழுத்துக்களும் இப்போது தேவையில்லை. கிராபிக் காட்சியில் Right click செய்யும்போது கிடைக்கும் சாளரத்தில் Axes என்பதில் கிளிக் செய்து எழுத்துக்களை நீக்கலாம்.

GeoGebra Tools

12 தொகுப்புகளாக ஜியோஜிப்ராவில் கருவிகள் வரிசைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.



கருவிப்பட்டையில் காணப்படும் கருவிகளின் அடையாளத்தில் கீழே வலப்பக்கம் காணப்படும் முக்கோணவடிவிலான சிறிய அடையாளத்தில் கிளிக்க செய்தால் அந்தத் தொகுப்பில் உள்ள எல்லாக் கருவிகளும் கிடைக்கும்.



ஒவ்வொரு தொகுப்பிலும் உள்ள கருவிகளில் இடைநிலை வகுப்புகளுக்குத் தேவையானவற்றை அறிந்துகொள்வோம்.

SET -1 -Movement Tools

வரைந்த படங்களை இயக்குவதற்குத் தேவையான கருவிகள்

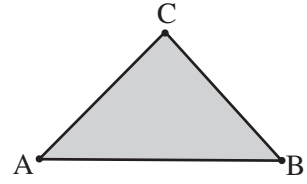


Move

Graphic View உள்ள புள்ளிகளையோ வடிவங்களையோ இயக்குவதற்குப் பயன்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு. முக்கோணம் ABC ஐ இயக்குவதற்கு Move கருவியில் கிளிக்க செய்தபின் முக்கோணத்தின் உள்ளே கிளிக்க செய்து பிடித்துக்கொண்டு மெளசை இயக்கவும்.

முக்கோணத்தின் ஏதேனும் ஓர் உச்சியில் உள்ள புள்ளியில் கிளிக்க செய்துகொண்டு மெளசை இயக்கினால் அந்தப் புள்ளியும் அதற்கு ஏற்ப அதிலுள்ள பக்கங்களும் மாறும். அந்தப்புள்ளியை இயக்குவதற்குக் கீபோர்டில் உள்ள Arrow Key களையும் Move கருவியுடன் பயன்படுத்தலாம். புள்ளியில் கிளிக்க செய்தபின் Arrow Key களில் ஏதேனும் ஒன்றை அழுத்திப்பிடித்தால் அந்தத் திசையில் புள்ளி இயங்கும்.



SET -2 -Point Tools


புள்ளிகளை அடையாளப்படுத்துவதற்கு உரிய கருவிகள் இந்தத் தொகுப்பில் உள்ளன.



New Point

புதிய புள்ளிகளை அடையாளப்படுத்துவதற்கு.

New Point ஐப் பயன்படுத்தி Graphic view இல் கிளிக் செய்தால் ஒரு புதிய புள்ளி கிடைக்கும். ஒரு கோட்டிலோ வட்டத்திலோ கிளிக் செய்தால் கிடைக்கும் புள்ளி அந்தக் கோட்டிலோ வட்டத்திலோ உள்ள புள்ளி ஆகும். Move Tool பயன்படுத்தி அந்தப் பொருளின் வாயிலாக மட்டுமே புள்ளியை இயக்க முடியும்.

குறிப்பு: கர்சர் சாதாரணமாக + அடையாளத்தில் காணப்படும். ஆனால், ஏதேனும் ஒரு பொருளின் மீது வரும்போது அது மேல்நோக்கிய அம்புக்குறி படம்  அடையாளமாக மாறும்.



Point on Object

ஒரு பொருளில் உள் புள்ளியை அடையாளப்படுத்துவதற்கு.

எடுத்துக்காட்டு. ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தில் கிளிக் செய்தால் முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் வாயிலாக மட்டும் இயக்கமுடிகின்ற புள்ளி கிடைக்கும். முக்கோணத்தின் உள்ளே கிளிக் செய்தால் பக்கங்களின் வாயிலாகவும் உள்ளேயும் இயக்க முடிகின்ற புள்ளி கிடைக்கும்



Attach/Detach point

ஒரு புள்ளியில் கிளிக்செய்த பின் ஒரு வடிவத்தில் கிளிக் செய்தால் புள்ளி வடிவத்துடன் சேர்த்து வைக்கப்படும்.



Intersect Two Objects

கோடுகள், விளிம்புகள், வடிவங்கள் போன்றவை வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியை அடையாளப்படுத்துவதற்கு, வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியை அடையாளப்படுத்த வேண்டிய வடிவங்களில் ஒன்றன் பின் மற்றொன்றாக கிளிக் செய்யவோ வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியில் நேரடியாகவோ கிளிக்செய்யலாம்.



Midpoint or Center

ஒரு கோட்டின் / இரண்டு கோடுகளின் மையப்புள்ளியை அடையாளப்படுத்த

கோட்டில் / புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும்.

SET -3 -line Tools

கோடுகள் வரைவதற்குத் தேவையான கருவிகள்.



line through Two Points

இரண்டு புள்ளிகளின் வழியாகச் செல்லும் கோடு வரைவதற்குக் கருவியைப் பயன்படுத்திப் புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும்.



Segment between Two Points

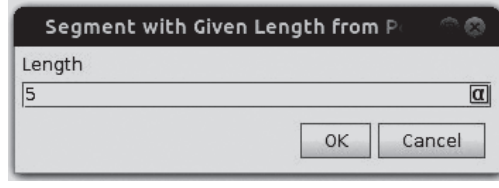
இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு வரைவதற்கு கருவியைப் பயன்படுத்திப் புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும்.



Segment With given length From Point

குறிப்பிட்ட நீளம் உள்ள கோடு வரைவதற்குக் கருவியைப் பயன்படுத்தி ஒரு புள்ளியில் கிளிக் செய்யவும். தொடர்ந்து வரும் சாளரத்தில் கோட்டின் நீளம் அளித்து OK கிளிக்செய்யவும்.





Ray through Two Points

ஒரு புள்ளியில் தொடங்கி வேறொரு புள்ளி வழியாகச் செல்லும் கோடு வரைவதற்கு கருவியைப் பயன்படுத்திப் புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும்.

SET -4 -Special line Tools

சில சிறப்புத்தன்மைகள் உள்ள கோடுகள் வரைவதற்கு



Perpendicular line

ஒரு கோட்டின் ஒரு புள்ளி வழியாகச் செங்குத்து வரைவதற்கு கோட்டிலும் புள்ளியிலும் கிளிக் செய்யவும்.



Parallel line

ஒரு கோட்டிற்கு இணையாக வேறொரு கோடு வரைவதற்கு கருவியைப் பயன்படுத்திக் கோட்டிலும் புள்ளியிலும் கிளிக் செய்யவும்.



Perpendicular Bisector

கோட்டின் செங்குத்து இருசமவெட்டி வரைவதற்கு கோட்டில் கிளிக் செய்யவும்.



Angle Bisector

கோணத்தின் இருசமவெட்டி வரைவதற்கு

கோணம் முடிவுசெய்கின்ற இரண்டு கோடுகளில் / மூன்று கோடுகளில் கிளிக் செய்யவும்.

SET -5 -Polygon Tools

பலகோணங்கள் வரைவதற்கு



Polygon

பலகோணம் வரைய

பலகோணத்தின் உச்சிகளாக வரவேண்டிய புள்ளிகளில் வரிசையாகக் கிளிக் செய்யவும், தொடங்கிய புள்ளியில் மீண்டும் வந்து சேரவேண்டும்.

குறிப்பு: எதிர் கடிகாரத் திசையில் கிளிக் செய்வது நல்லது. கடிகாரத்திசையில் கிளிக் செய்தால் Angle Tool பயன்படுத்தும்போது பலகோணத்திற்கு வெளியே அமைந்த கோணங்கள் தான் கிடைக்கும்.



Regular Polygon

ஒழுங்கு பலகோணம் வரைய



கருவியைப் பயன்படுத்தி இரண்டு புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும். தொடர்ந்து வரும் சாளரத்தில் பலகோணத்தின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை அளித்து OK கிளிக் செய்யவும்.

SET -6 -Circle and Arc Tools

வட்டங்களும் வட்டப் பாகங்களும் வரைவதற்கு



Circle with center through Point

ஒரு புள்ளியை மையமாகவும் வேறொரு புள்ளியின் வழியாகவும் செல்லும் வட்டம் வரைய

வட்டமையத்திலும் வட்டம் செல்கின்ற புள்ளியிலும் கிளிக் செய்யவும்.



Circle with center and radius

குறிப்பிட்ட ஆரத்தில் உள்ள வட்டம் வரைய

வட்ட மையத்தில் கிளிக் செய்யவும். தொடர்ந்து வரும் சாளரத்தில் வட்டத்தின் ஆரம் அளித்து கிளிக் OK செய்யவும்.



Compass

ஒரு வட்டத்தின் அதே அளவு உள்ள வேறொரு வட்டம் வரைய

தற்போது வரைந்துள்ள வட்டத்தில் கிளிக் செய்யவும். கர்சரை நகர்த்தி வரையவேண்டிய வட்டத்தின் மையமாக வரவேண்டிய புள்ளியில் கிளிக் செய்யவும்.



Circle through Three Points

மூன்று புள்ளிகளின் வழியாகச் செல்லும் வட்டம் வரைய.

கருவியைப் பயன்படுத்தி மூன்று புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும்.



SemiCircle through Two Points

அரைவட்டம் வரைய

கருவியைப் பயன்படுத்தி இரண்டு புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும்.



Circular Arc with center between Two Points

வில் வரைய

மையத்திலும் இரண்டு புள்ளிகளிலும் கிளிக் செய்யவும். கடிக்கார எதிர்திசையில் வில் வரைய இயலும்.



Circular Arc through three Points

மூன்று புள்ளிகளின் வழியாகச் செல்லும் வில் வரைய

கருவியைப் பயன்படுத்தி மூன்று புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும்.



Circular Sector with center between Two Points

வட்டப்பகுதி வரைய

மையத்திலும் இரண்டு புள்ளிகளிலும் கிளிக் செய்யவும்.





Circular Sector through three Points

மூன்று புள்ளிகளின் வழியாகச் செல்லும் வட்டப்பகுதி வரைய.

கருவியைப் பயன்படுத்தி மூன்று புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும்.

SET -7 Conic Section Tool

நீள்வட்டம், பராபோலா போன்றவை வரைவதற்குத் தேவையான கருவிகள்.

SET -8 Measurement Tools

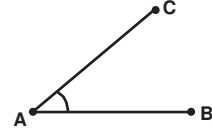
அளவுகளுடன் தொடர்புள்ள கருவிகள்.



Angle

கோணம் அளப்பதற்கு

கோணம் A அளப்பதற்கு A, B,C என்ற புள்ளிகளில் வரிசையாகக் கிளிக் செய்யவும் இல்லையெனில் AB, AC என்ற கோடுகளில் வரிசையாகக் கிளிக் செய்யவும்.



குறிப்பு.

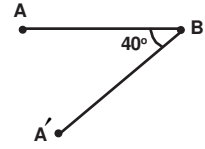
- எதிர் கடிகாரத் திசையில் கோணங்கள் அடையாளப்படுத்தப்பட்டிருக்கும். அதனால் கிளிக் செய்யும் வரிசை மாறினால் அடையாளப்படுத்தப்படும். கோணமும் மாறும்.
- எதிர் கடிகாரத் திசையில் வரைந்த ஒரு பலகோணத்தின் உள்ளே இந்தக் கருவிகளைப் பயன்படுத்திக் கிளிக் செய்தால் பலகோணத்தின் எல்லாக் கோணங்களையும் அடையாளப்படுத்த இயலும்.



Angle with Given size

குறிப்பிட்ட அளவில் கோணம் அமைப்பதற்கு

எ.கா. $B=40^\circ$ ஆகும்படியாக கோணம் ABC அமைக்கவேண்டுமெனில் AB என்ற கோடு வரைந்து Segment between Two Points கருவியைப் பயன்படுத்தி A,B என்பவற்றில் வரிசையாகக் கிளிக் செய்யவும். தொடர்ந்து வரும் சாளரத்தில்



கோணத்தின் அளவாக 40° என அளித்து OK கிளிக் செய்யவும். இப்பொழுது A என்ற புதிய புள்ளி கிடைக்கும். Segment between Two Points கருவியைப் பயன்படுத்தி BA வரையவும் எதிர்கடிகாரத் திசையில் கோணத்தை அடையாளப்படுத்தியதால் AB இன் கீழே A கிடைத்தது. மேலே கிடைக்கவேண்டுமெனில் A, B என்ற புள்ளிகளில் 40° என அளித்து Clock wise என்பதில் கிளிக் செய்தபின் OK கிளிக் செய்யவும்.



Distance or length

இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தூரம், கோட்டின் நீளம், சுற்றளவு போன்றவை அளந்து அடையாளப்படுத்துவதற்கு.

- தூரம் அளக்க வேண்டிய புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும்.
- நீளம் அளக்க வேண்டிய கோட்டில் கிளிக் செய்யவும்.

- பலகோணத்தின் உள்ளே கிளிக் செய்யவும்.
- வட்டத்தில் கிளிக் செய்யவும்.



Area

பரப்பளவு அளப்பதற்கு

பலகோணத்தின் உள்ளே கிளிக் செய்யவும்.

வட்டத்தில் கிளிக் செய்யவும்.

SET -9 -Transformation Tools



Reflect Object about line



Reflect Object about Point



Reflect Object about Circle

ஒரு வடிவியல் வடிவத்தின் பிரதிபிம்பம் உருவாக்குவதற்கு இந்த மூன்று கருவிகளும் வடிவியல் வடிவத்தில் கிளிக்செய்த பின் ஒரு கோட்டிலோ புள்ளியிலோ வட்டத்திலோ கிளிக்செய்யவும்.



Rotate Object around Point by Angle

ஒரு பொருளைக் குறிப்பிட்ட கோண அளவில் சுழற்றுவதற்கு

சுழற்ற வேண்டிய பொருளிலும் ஒரு புள்ளியிலும் கிளிக் செய்யவும். தொடர்ந்து வரும் சாளரத்தில் கோண அளவு அளிக்கவும்.



Translate Object by Vector

வடிவியல் வடிவத்தைக் குறிப்பிட்ட தூரத்திலும் திசையிலும் நகர்த்துவதற்கு

வடிவத்தில் கிளிக்செய்தபின் இரு புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும். புள்ளிகளின் இடையே உள்ள தூரத்தில், முதல் புள்ளியிலிருந்து இரண்டாவது புள்ளி உள்ள திசையை நோக்கி வடிவம் நகரும்.



Dilate Object from Point by Factor

ஒரு வடிவத்தைக் குறிப்பிட்ட மடங்கு பெரியதாக்கவும் / குறிப்பிட்ட பாகம் சிறியதாக்குவதற்கும்.

வடிவத்திலும் ஒரு புள்ளியிலும் கிளிக் செய்யவும். தொடர்ந்து வரும் சாளரத்தில் ஓர் எண் அளிக்கவும். அளிக்கும் எண் 1 ஐவிடப் பெரியதெனில் வடிவமும் அவ்வளவு மடங்கு பெரியதாகும். 1 ஐ விடச் சிறியது எனில் அதற்குச் சமமான பாகம் ஆகும்.



SET -10 -Special Object Tools

எழுத்துக்கள், படங்கள் போன்றவை உட்படுத்துவதற்கு



Insert Text

எழுத்துக்கள் உட்படுத்துவதற்கு

கருவியைப் பயன்படுத்தி கிராபிக் காட்சியில் கிளிக்செய்யவும். தொடர்ந்து வரும் சாளரத்தில் தேவையானவற்றைத் தட்டச்சு செய்யவும். தொடர்ந்து OK கிளிக் செய்யவும்.



Insert Image

படங்கள் உட்படுத்துவதற்கு

கருவியைப் பயன்படுத்தி கிராபிக் காட்சியில் கிளிக் செய்யவும். தொடர்ந்து வரும் சாளரத்திலிருந்து, கணினியில் சேமித்துவைக்கப்பட்டுள்ள படங்களைத் தேர்வு செய்யலாம்.



Pen Tool

கிராபிக் காட்சியில் நேரடியாக எழுதவோ வரையவோ செய்வதற்கு

கருவியைத் தேர்வு செய்த பின்னர் மெளசில் கிளிக் செய்து பிடித்துக்கொண்டு கிராபிக் காட்சியில் படங்கள் வரையலாம்.

மெளசில் வலது பொத்தானை அழுத்திப் பிடித்துக்கொண்டு அழித்தால் வரைந்த கோட்டை அழிக்கலாம்.



SET -11 -Action Object Tools



Slider

ஜியோஜிப்ரா வடிவங்களை அசையச் செய்வதற்கு இது ஜியோஜிப்ராவில் மிகவும் சக்திவாய்ந்த கருவி எனக் கூறலாம். இரண்டு எண்களுக்கு இடையே உள்ள எந்த மதிப்பையும் ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய ஒரு மாறியாக (Variable) சிலைடரைக் கணக்கிடலாம். Number Slider, Angle Slider, Integer Slider என இவ்வாறு மூன்று வகைச் சிலைடர்கள் உள்ளன எனக் கூறலாம்.

Number Slider

சிலைடர் கருவியைப் பயன்படுத்தி, கிராபிக் காட்சியில் கிளிக் செய்யவும். கீழே காண்பது போல் Slider என்ற பெயரில் ஒரு சாளரம் கிடைக்கும்.



Slider

Number

Angle

Integer Random

Interval Slider Animation

Min: Max: Increment:

Apply Cancel

Name என்பதில் சிலைடருக்கு அளிக்க விரும்பும் பெயரை அளிக்கலாம். (இந்தப் பெயர் முக்கியமானதாகும், சிலைடரைப் பயன்படுத்தும் எந்த உருவாக்குதலுக்கும் இது தேவையானதாகும்) இதே சாளரத்தில் சிலைடரின் மிகக் குறைந்த மதிப்பு (Min) மிகக்கூடிய மதிப்பு (Max), அதிதவிலை (Increment) போன்றவற்றை வரிசைப்படுத்த வேண்டும். தேவையான மாற்றங்களைச் செய்தபின்னர் Apply கிளிக் செய்யவும்.

Angle Slider

கிராபிக் காட்சியில் கிளிக் செய்யும்போது கிடைக்கும் சாளரத்தில் Angle என்பதன் நேராகக் கிளிக் செய்யவும். Min, Max இவை 0 டிகிரி க்கும் 360 டிகிரி க்கும் இடையில் உள்ள அளவுகளையே அளிக்கவேண்டும்.

Integer Slider

கிராபிக் காட்சியில் கிளிக் செய்யும்போது கிடைக்கும் சாளரத்தில் Integer என்பதற்கு நேராகக் கிளிக் செய்யவும்.

சிலைடர்களின் பயன்கள்

ஜியோஜிப்ராவின் உயிர்நாடி சிலைடர் எனக் கூறலாம். ஏனைய கருவிகளுடன் சிலைடரைப் பயன்படுத்த வேண்டும். சில எடுத்துக்காட்டுகள்.

- Name: a. min: 0, max:5 வரும்படியாக ஒரு சிலைடரை உருவாக்கவும். Circle with center and radius கருவியைப் பயன்படுத்தி ஒரு புள்ளியில் கிளிக் செய்யவும். தொடர்ந்து கிடைக்கும் சாளரத்தில் a (சிலைடரின் பெயர்) என அளிக்கவும். இவ்வாறு உருவாக்கும் வட்டத்தின் ஆரத்தைச் சிலைடரைப் பயன்படுத்தி மாற்றலாம்.

Segment with given length from point கருவியைப் பயன்படுத்தி ஒரு புள்ளியில் கிளிக் செய்யவும். தொடர்ந்து வரும் சாளரத்தில் கோட்டின் நீளம் a என அளித்து Ok கிளிக் செய்யவும். இவ்வாறு கிடைக்கும் இரு புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு சதுரம் உருவாக்கவும் (Regular Polygon கருவி பயன்படுத்தலாம்) சிலைடரின் மதிப்பு மாறுவதற்கு ஏற்ப சதுரத்தின் அளவு மாறுவதைக் காணலாம்.

குறிப்பு: சிலைடரின் மதிப்பு மாற்றுவதற்குச் சிலைடரில் கிளிக் செய்து பிடித்துக்கொண்டு மெளசை நகர்த்தவும்/ சிலைடரில் கிளிக் செய்த பின் Arrow key ஐ அழுத்தவும் / சிலைடரில் Right Click செய்யும்போது கிடைக்கும் சாளரத்தில் Animation on என்பதில் கிளிக் செய்யவும்.

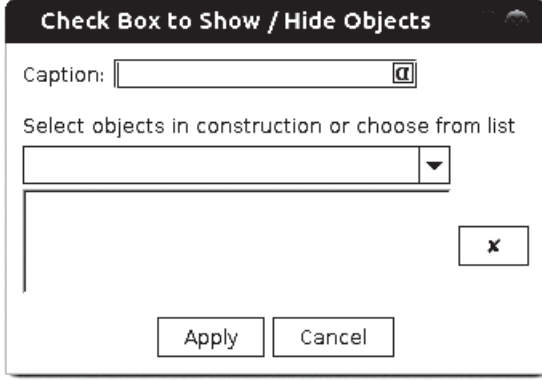
- Name: n. Min:3, Max:50 வரும்படியாக ஒரு Integer Slider உருவாக்கவும். Regular Polygon கருவியைப் பயன்படுத்தி இரண்டு புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யவும். தொடர்ந்து கிடைக்கும் சாளரத்தில் பலகோணத்தின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை n என அளிக்கவும். சிலைடரின் மதிப்பு மாறுவதற்கு ஏற்ப பக்கங்களின் எண்ணிக்கை மாறுவதைக் காணலாம்.
- Name: α , min:0°, Max:360° வரும்படியாக ஒரு Angle Slider உருவாக்கவும். Angle with given size கருவியைப் பயன்படுத்திக் கோணம் உருவாக்கும் செயல்பாட்டில் கோண அளவாக α என அளிக்கவும். சிலைடரின் மதிப்பு மாறுவதற்கு ஏற்ப கோண அளவு மாறுவதைக் காணலாம்.



Check Box to show / Hide Objects

உருவாக்கங்களை மறைத்து வைக்கவும் தேவையான நேரங்களில் காண்பதற்கும்.

கருவியைப் பயன்படுத்தி, கிராபிக் காட்சியில் கிளிக் செய்யவும். கீழே காண்பது போன்ற ஒரு சாளரம் கிடைக்கும்.



Caption என்ற பெட்டியில் check box இன் பெயர் அளிக்கலாம். அதன் அடுத்ததாக இருப்பது ஒரு Drop down box ஆகும். இதன் வலப்பக்கம் உள்ள அடையாளத்தில் கிளிக் செய்தால் இதுவரை உருவாக்கப்பட்டவைகளின் ஓர் அட்டவணை கிடைக்கும். அதிலிருந்து Check Box இல் உட்படுத்த வேண்டியவற்றைத் தேர்வு செய்யலாம்.

வேறொரு முறையிலும் உருவாக்கங்களை Check Box இல் உட்படுத்தலாம். இதற்காக உருவாக்கத்தில் Right Check இல் செய்யும்போது கிடைக்கும் சாளரத்திலிருந்து Object Properties → Advanced என்ற முறையில் கிடைக்கும் சாளரத்தில் Check Box இன் பெயர் அளிக்கவும். Caption ஆக அளித்த பெயரை இங்குப் பயன்படுத்த வேண்டாம். பெயரைத் தெரிந்துகொள்ள Check Box இல் Right கிளிக் செய்யவும். அப்போது கிடைக்கும் சாளரத்தில் மிகவும் மேல் பகுதியில் Boolean Value என்பதன் பின்னர் உள்ள எழுத்தே Check Box இன் பெயராகும்.



Insert Input Box

சிலைடரின் மதிப்பைத் தட்டச்சு செய்து அளிப்பதற்கு

கருவியைப் பயன்படுத்தி, கிராபிக் காட்சியில் கிளிக் செய்யவும். அப்போது கிடைக்கும் சாளரத்தில் Caption அளிக்கலாம். Linked Object என்ற பெட்டியிலிருந்து சிலைடரின் பெயரைத் தேர்ந்தெடுத்து Apply கிளிக் செய்யவும். இவ்வாறு கிடைக்கும் பெட்டியில் சிலைடரின் மதிப்பைத் தட்டச்சு செய்யவேண்டும்.

SET -12 -General Tools



Move Graphic View

Graphic View அசையச் செய்வதற்கு

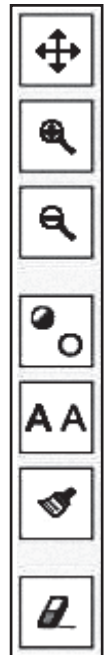
கருவியைப் பயன்படுத்தி கிராபிக் வியூவில் கிளிக் செய்து பிடித்துக்கொண்டு மெளசை அசைக்கவும்.



Zoom In



Zoom Out



உருவாக்கங்களின் அளவு அதிகரிக்கவும் / குறைக்கவும்.

கருவியைப் பயன்படுத்தி கிராபிக் காட்சியில் கிளிக் செய்யவும்/ Mouse Wheel சுழற்றவும்



Show / Hide Object

கருவியைப் பயன்படுத்தி காணவேண்டிய / மறைக்கவேண்டிய பொருளில் கிளிக் செய்யவும். இனி வேறு ஏதாவது கருவியைப் பயன்படுத்தும்போது இந்தப் பொருட்கள் மறைந்து இருக்கும். இதை மீண்டும் காணவேண்டும் எனில் இதே கருவியில் கிளிக் செய்தால் போதுமானது.



Show / Hide Label

பெயர் காண்பதற்கு/மறைத்து வைப்பதற்கு

கருவியைப் பயன்படுத்தி, பெயர் காணவேண்டிய / மறைக்கவேண்டிய பொருளில் கிளிக் செய்யவும்.



Copy Visual Style

ஒரு பொருளின் குணங்களை வேறு பொருளுக்கு பகர்த்துவதற்கு

கருவியைப் பயன்படுத்தி முதல் பொருளிலும் தொடர்ந்து மற்ற பொருட்களிலும் கிளிக் செய்யவும்.



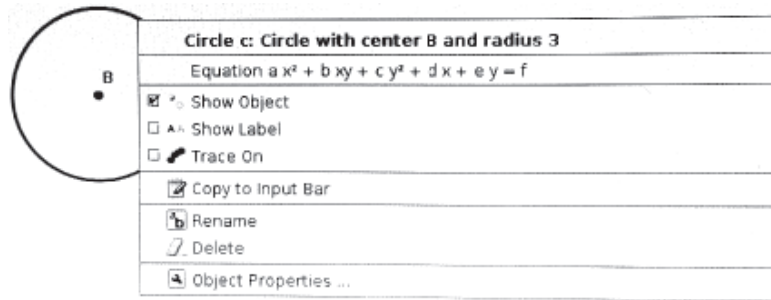
Delete Object

கருவியைத் தேர்ந்தேடுத்த பின் நீக்கவேண்டிய பொருட்களில் கிளிக் செய்யவும்.

ON RIGHT CLICK

கிராபிக் காட்சியில் உருவாக்கங்களில் Right கிளிக் செய்துகொண்டு அவற்றின் தன்மைகளில் மாற்றங்கள் செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக ஒரு வட்டத்தில் Right கிளிக் செய்யும் போது இதைப் போன்றதொரு சாளரம் கிடைக்கும்



இதில் முதல் வரிசையில் வட்டத்தின் பெயரும் விளக்கங்களும் ஆகும் - C என்ற வட்டம், B என்ற புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு 3 அலகு ஆரத்தில் வரைந்தது ஆகும். அடுத்த வரிசையில் வட்டத்தின் சமன்பாடாகும். இது தற்பொழுது நமக்குத் தேவை இல்லை. மூன்றாவது வரிசையில் உள்ள Check Box ஐ பயன்படுத்தி வட்டத்தை மறைத்து வைக்கலாம். அடுத்த வரிசையின் Check Box ஐ பயன்படுத்தி வட்டத்தின் பெயரை எழுதிக் காண்பிக்கவோ மறைத்து வைக்கவோ செய்யலாம். அடுத்த வரிசையின் Trace on மிகவும் செயல்பாட்டு வாய்ப்புள்ளதாகும்.

இதனைக்குறித்துப் பின்னர் விரிவாகக் கூறலாம்.

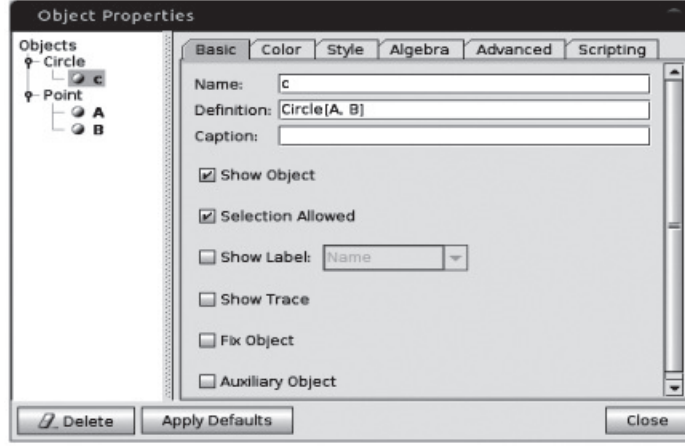
Copy to Input Bar தற்போது நமக்குத் தேவை இல்லை.

Rename - பெயர் மாற்றுவதற்கு கிளிக் செய்யும்போது கிடைக்கும் சாளரத்தில் புதிய பெயர் அளிக்கவும்.

Delete என்பதில் கிளிக் செய்யும் போது வட்டத்தை நீக்கலாம்.

Object Properties என்பதில் கிளிக்செய்யும் போது இதுபோன்ற ஒரு சாளரம் கிடைக்கும்.

Basic:



பெயர், வரையறை போன்றவற்றில் மாற்றங்கள் செய்வதற்கு

Color :

தேவையான நிறம் அளிக்க

Style :

கோட்டின் தடிமன், வடிவமைப்பு, நிறம் போன்றவற்றை ஒழுங்கு படுத்த.

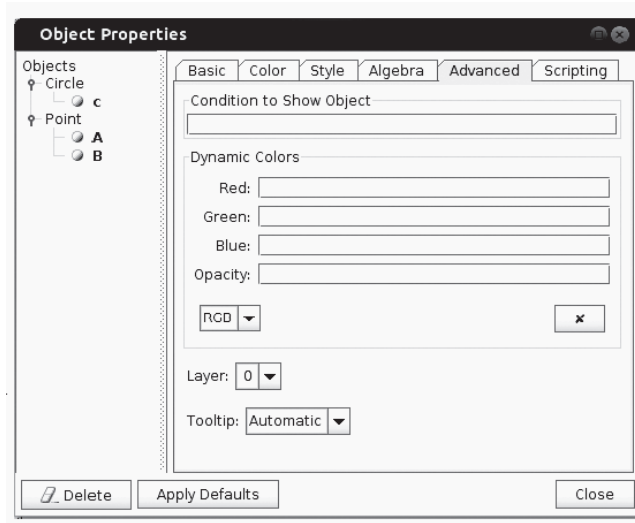
Algebra :

தற்போது தேவையில்லை

Advanced :

- **Condition to show object.**

வட்டத்தைத் தேவையான போது மறைத்து வைப்பதற்கும் / காண்பதற்கும் இதற்காகச் (சோதனைப் பெட்டி)க்குப் (Check Box)பெயர் அளிக்கவோ சிலைடரின் மதிப்பு அளிக்கவோ செய்யலாம். eg: a என்ற சிலைடரை உருவாக்கி **Condition to show Object Box** இல் $a > 1$ என அளித்தால் a இன் மதிப்பு ஒன்றைவிட அதிகமாகும்போது மட்டுமே வட்டத்தைக்காண முடியும்.



- **Dynamic Colours.** வட்டத்தின் நிறம், முழுமை ஆகியவற்றைச் சிலைடர்களைப் பயன்படுத்தி மாற்றலாம். **Min:0 Max:1** ஆகும்படியாக நான்கு சிலைடர்களை உருவாக்கவும். **Red, Green, Blue, Opacity** இவை ஒவ்வொன்றிலும் ஒரு சிலைடரின் பெயராகக் கொடுத்து **Close** கிளிக் செய்யவும். நிறங்களைக் குறிக்கும் சிலைடர்களின் மதிப்பு மாறுவதற்கு ஏற்ப வட்டத்தின் நிறம் மாறுவதைக் காணலாம். **Opacity** குறிப்பிடும் சிலைடரின் மதிப்பு மாறுவதற்கு ஏற்ப நிறத்தின் முழுமை மாறுவதைக் காணலாம். சிலைடர்களுக்கு **Animation** அளித்தால் இவையெல்லாம் தாமாகவே மாறும்.

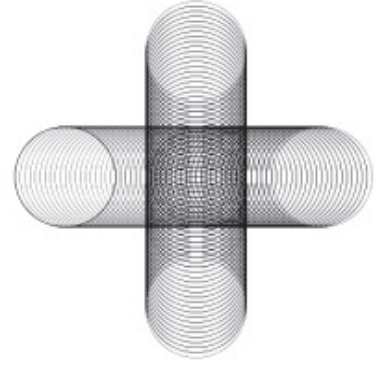
Scripting:

தற்போது தேவையில்லை.

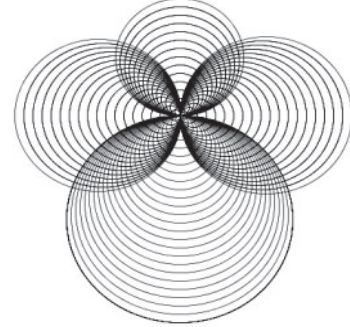
Trace On:

வடிவியலில் சில கருத்துக்களை அசையச்செய்து காண்பிக்கவும், அழகான படங்களை வரைவதற்கும் இந்தக் கருவியைப் பயன்படுத்தலாம். சில எடுத்துக்காட்டுகள்.

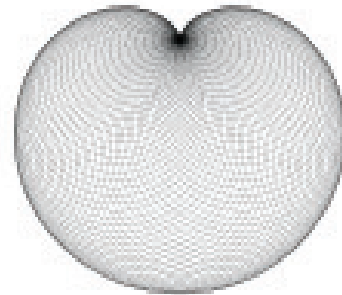
- 1 அலகு ஆரத்தில் ஒரு வட்டத்தில் வரையவும். வட்டத்திற்கு **Trace** அளிக்கவும் (வட்டத்தில் **Right Check** செய்து **Trace** என்பதில் கிளிக் செய்யவும்) **Move, Tool, Arrow Key** ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி வட்ட மையத்தை அசைத்து இந்தப் படத்தை உருவாக்கலாம்.



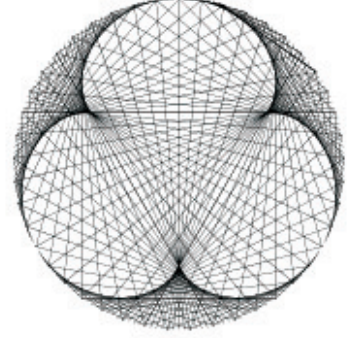
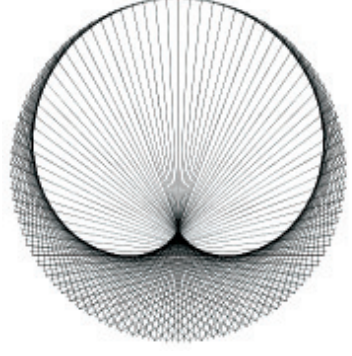
- Aஐ மையமாகக் கொண்டு Bஇன் வழியாகச் செல்லும் ஒரு வட்டம் வரையவும். வட்டத்திற்கு **Trace** அளிக்கவும். **Move, Tool, Arrow Key** ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி வட்ட மையத்தை அசையச் செய்த இதுபோன்ற ஒரு படத்தை உருவாக்கலாம்.



- ஒரு **Angle Slider α** உருவாக்கவும். **Angle with Given Size** கருவியைப் பயன்படுத்தி **A, B** என்ற புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யும்போது கிடைக்கும் சாளரத்தில் கோணத்தின் மதிப்பு **α** என்று அளிக்கவும். ஒரு புதிய புள்ளி **A'** கிடைக்கும். **A'** மய்யமாக்கி **A** வழியாகச் செல்லும் வட்டம் வரையவும். வட்டத்திற்கு **Trace** அளிக்கவும். சிலைடருக்கு **Animation** அளிக்கவும். புள்ளிகளையும் கோணத்தையும் மறைத்து வைக்கலாம்.



- ஒரு Angle Slider α உருவாக்கவும். Angle with Given Size கருவியைப் பயன்படுத்தி A, B என்ற புள்ளிகளில் கிளிக் செய்யும்போது கிடைக்கும் சாளரத்தில் கோணத்தின் மதிப்பு α என்று அளிக்கவும். ஒரு புதிய புள்ளி A' கிடைக்கும். இதே கருவியை மீண்டும் பயன்படுத்தி A, B என்ற புள்ளிகளில் வரிசையாகக் கிளிக் செய்து கோணத்தின் மதிப்பாக 2α என்று அளிக்கவும். ஒரு புதிய புள்ளி A₁ உம் கிடைக்கும். A', A₁ ஆகியவற்றை இணைத்து ஒரு கோடு வரையவும். கோட்டிற்கு Trace அளிக்கவும். சிலைடருக்கு Animation அளிக்கவும்.
- முன் செயல்பாடுகளில் கோணத்தின் அளவு 2α என்பதற்குப் பதிலாக 4α என அளித்தால் இந்தப் படத்தை உருவாக்கலாம்.



Note: வரைந்த படங்களை அழிப்பதற்கு Key Box இல் Ctrl, F ஆகியவற்றைச் சேர்த்து பிடித்து அழுத்தவும்.

செய்து பார்க்கலாம்.

1. 5 செ.மீ பக்கம் உள்ள ஒரு சதுரம் ஜியோஜிப்ரா பயன்படுத்தி உருவாக்கவும்.
2. வரை ஜோடிகளின் தொகை 180 டிகிரி ஆக இருக்கும் என்று ஜியோஜிப்ரா பயன்படுத்தித் தெளிவுபடுத்தவும்.
3. 50 செ.மீ பரப்பளவு உள்ள ஒரு சதுரம் வரையவும்.

விளையாட்டுப் பெட்டி 5, 6, 7 வகுப்புகளில் ஐ.சி.டி பாடப்புத்தகமான இ-கல்வி ஆகியவற்றைச் சோதித்துப் பார்த்து கூடுதல் செயல்பாடுகளைக் கண்டு பிடிக்கலாம்.

கிக் (KIG)

கணிதம் கற்பதில் வடிவியல் உருவாக்கங்களுக்குப் பயன்படும் வேறொரு சுதந்திர மென்பொருள் கிக் (KIG) ஆகும். ஐடி@ஸ்கூல் உபண்டு ஆபரேடிவ் சிஸ்டம் உள்ள கணினியில் இதைக் கீழ்க்காணும் முறையில் திறக்கலாம்.

Application → Education → KIG

இப்பொழுது திறந்து வரும் சாளரம் கிக்கின் (KIG) வர்க் ஸ்பேஸ் ஆகும். ஜியோஜிப்ராவைப் போன்று வடிவியலில் பல பாடப்பகுதிகளையும் கற்பதற்குரிய ஒரு மென்பொருளே கிக். பல்வேறு வடிவியல் வடிவங்களை எளிதாக வரைவதற்கும் பல வடிவியல் தேற்றங்களைத் தெளிவுபடுத்தவும் இந்த

மென்பொருளைப் பயன்படுத்தலாம். டாக்டர்ஜியோ, கே.ஜியோ, காப்ரி தொடங்கிய மென்பொருட்களும் இதே முறையில் கணிதம் கற்பதில் பயன்படுத்தலாம்.

J. Freetion Lab

J. Freetion Lab என்பது கணிதம் கற்பதற்கு உதவிபுரியும் மற்றொரு பயனுள்ள சுதந்திர மென்பொருளாகும். தொடக்கநிலை வகுப்புகளில் விளையாட்டுப் பெட்டிப் புத்தகத்தில் இதன் செயல்முறை விளக்கப்பட்டுள்ளது. தேவையான தேடல்கள் நடத்தி செயல்பாடுகளில் ஈடுபடுவீர்கள் அல்லவா?

தொடக்கநிலை வகுப்புகளில் கணிதம் - உள்ளடக்க பகுப்பாய்வு

முன்னுரை

தொடக்க நிலை வகுப்புகளின் உள்ளடக்கமும் அதன் எல்லையும் ஒவ்வொரு ஆசிரிய பயிற்சியாளரும் தெரிந்துகொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு உள்ளடக்கப் பிரிவும் வகுப்புகளில் எவ்வாறு வினியோகம் செய்யப்பட்டுள்ளது என்றும் அவற்றின் வளர்ச்சியும் தொடர்ச்சியும் எவ்வாறு உள்ளது என்று பரிசோதித்து புரிந்துகொள்ள வேண்டும். பாடப்புத்தகங்களின் நுண்பார்வை (scanning) வழியாக இதை நடைமுறைப்படுத்தலாம். எண் அறிவு, நால்வகைச் செயல்கள், அளவுகள், வடிவியல், நேரம் ஆகிய உள்ளடக்கப் பிரிவுகளைச் சமூல் ஏறுமுறையில் விளக்கிக்கொண்டு பல்வேறு வகுப்புகளிலாக ஒப்பீடுபடுத்தப்பட்டுள்ளதைப் பகுத்தறியும் போது கற்றல் கற்பித்தல் செயல்முறையின் உள்ளடக்கத்தின் எந்த நிலைவரை போக வேண்டும் என்பதைப் புரிந்து கொள்ள இயலும்.

கணித கருத்துகள், ஒரு சங்கிலியின் தொடர்போல ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புகொண்டுள்ளது என்று புரிந்து கொள்வதற்கும், எண் அறிவு, நால்வகைச் செயல், அளவுகள், வடிவியல், நேரம் போன்ற பல்வேறு பிரிவுகளின் கற்றல் அடைவுகள், கருத்துக்கள், கற்றல் கருவிகள் ஆகியவற்றை பகுத்தறிவதற்கும், தொடக்கநிலை வகுப்புகளில் உள்ள பல்வேறு பிரிவுகள் கருத்து பரிமாற்ற முறையை கணிதகற்றல் அணுகுமுறையின் அடிப்படையில் தெரிந்துகொள்ளவும் இந்த அலகு வழியாக இயலுகிறது.

எண் அறிவு, எண்களின் இடமதிப்பு விளக்கம், பயன்பாடு என்ற கருத்துகளுக்கு இங்கு முக்கியத்துவம் அளிக்கப்படுகிறது. ஆனால் ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் கற்றல் அடைவுகளுக்கு ஏற்ப எண்களை இலக்கத்திலும் எழுத்திலும் எழுதுவதற்கும், விளக்குவதற்கும் தொடக்க நிலை வகுப்புகளில் குழந்தைகளுக்குப் பயிற்சி அளிக்கத் திறன் பெற வேண்டியவர்களே ஆசிரிய மாணவர்கள். கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் போன்ற கருத்துகளையும் செயல்களையும் பயன்படுத்தி நடைமுறைப்பிரச்சினைகளைப் பகுப்பாய்ந்து தீர்வு காண்பதற்கான செயல்பாடுகளை தெரிந்துகொள்வதற்குப் பள்ளிக்கூட பாட ஏற்பாட்டை சிறந்த முறையில் பயன்படுத்த வேண்டும்.

அளவுகளுடன் தொடர்புபடுத்தி வாழ்க்கை சூழல்களின் வாயிலாக நீளத்தின் பல்வேறு அலகுகளை குறித்தும், பரப்பளவின் பல்வேறு வாய்ப்புகளைக் குறித்தும் அளவுகளின் பல்வேறு அலகுகளை குறித்தும் ஆசிரிய மாணவர்கள் திறன்பெற்றுக்கொள்ள வேண்டும். அது வழியாக வெவ்வேறு அலகுகளின் பரஸ்பர தொடர்பு, ஒப்புமைபடுத்தல், விளக்கம் அளித்தல், அட்டவணைப்படுத்தல், பிரச்சனை பகுப்பாய்வு, பல்வேறு வழிகளில் தேடுதல், ஊகித்துக் கூறுதல், துல்லியப் படுத்தல் போன்ற செயல்திறன்களுக்கு ஏற்ப நடைமுறைப் பிரச்சினைகளை உருவாக்க வேண்டும்.

வடிவியல் என்ற பிரிவுடன் தொடர்புபடுத்தி செவ்வகம், முக்கோணம், வட்டம் என்னும் வடிவியல் வடிவங்களைத் தெரிந்துகொள்வதற்கும் இந்த வடிவங்களைச் சேர்த்துவைத்து வெவ்வேறு வடிவங்கள் உருவாக்குவதற்கும் அடைவதற்குமான திறன் பள்ளிப்பாட ஏற்பாட்டில் இருந்து கிடைக்க வேண்டும்.

சுவர்க் கடிக்காரம், கைக்கடிக்காரம், ஆகியவற்றைப் பார்த்து நேரம் கூறுவதற்கும் நாட்காட்டியில் இருந்து தவவல்களைக் கண்டுபிடிப்பதற்கும் காலம் என்ற கருத்துக்கு வெவ்வேறு வகுப்புகளில் உள்ள வாய்ப்புகளை பகுத்தறிவதற்கும் ஆங்கில - தமிழ் மாதங்களின் தேதிகளைக் கண்டுபிடிப்பதற்கும் இவற்றிற்கு இடையேயான பரஸ்பர தொடர்பைக் கண்டு பிடிப்பதற்கும் பள்ளிப்பாட ஏற்பாட்டில் பல்வேறு வகுப்புகளில் உள்ள செயல்பாட்டு முறைகளையும் பரிமாற்ற உத்திகளையும் தெரிந்துகொள்ளுதல் என்பது பாட ஏற்பாட்டின் இன்றியமையாத காரணியாகும்.

கற்றல் அடைவுகள்

- தொடக்க நிலையின் பல்வேறு மண்டலங்களுடன் தொடர்பு படுத்தி கருத்துகளைக் கணிதக்கற்றல் அணுகுமுறையுடன் தொடர்பு படுத்தி விளக்கமளித்தல்.
- கருத்துகளின் தொடர்ச்சியும் வளர்ச்சியும் பரஸ்பர தொடர்பும் தெரிந்துகொள்ளல்.

முக்கிய கருத்துகள்

- எண் அறிவு
- நால்வகைச் செயல்கள்
- அளவுகள்
- வடிவியல்
- காலம்
- கருத்துகளின் தொடர்ச்சி, வளர்ச்சி, பரஸ்பர தொடர்பு

தொடக்க நிலையில் பல்வேறு மண்டலங்களுடன் தொடர்புடைய கருத்துகளும் கணிதக்கற்றல் அணுகுமுறையும்

எண் அறிவு

பெரியது, சிறியது, அதிகம், குறைவு என்ற முன் எண் கருத்துகள் (Pre-number concepts) வித்தியாசமான அனுபவங்களின் வழியாக கிடைக்கப் பெற்ற பின் எண் அறிவிற்கு கடந்து செல்கிறது.

ஓர் எண்ணின் பல்வேறு வாய்ப்புகளின் அனுபவம் குழந்தைக்குக் கிடைக்கப்பெறும் போது எண் அறிவு உள்ளது எனக் கூறலாம்.

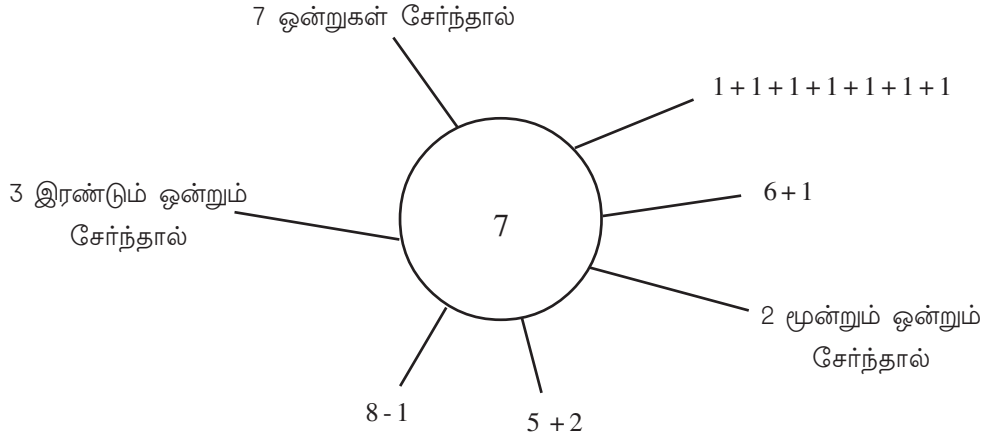
எண் அறிவுடன் தொடர்பு உடைய கற்றல் அடைவுகளை ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் இருந்து தேர்ந்தெடுத்து பொருத்தமான கற்றல் அடைவுகளை வரிசைப்படுத்தி வழங்க வேண்டும்.

எண்ணல் உத்திகள்

1. குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான பொருட்களை ஒவ்வொன்றாக எண்ணி, எண்ணிக்கை எவ்வளவு என்று கண்டுபிடிக்கவும்.
2. ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணில் இருந்து தொடங்கி வேறொரு எண் வரை எண்ண வேண்டும்.
3. ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணில் இருந்து தொடங்கி கீழ் நோக்கி எண்ண வேண்டும். எ.கா (15, 14, 13,)
4. ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணை விட்டுவிட்டு எண்ணவும்.

எண் அறிவை பெற்றுக்கொள்வதற்குச் செயல்பாடுகளை பொருட்களுடன் தொடர்புபடுத்துவது போல் வாழ்க்கைச் சூழல்களுடன் தொடர்பு படுத்தவும் இயல வேண்டும். இவ்வாறு எண் அறிவைப் பெற்ற

குழந்தைக்கு எண்களின் விளக்கத்தில் எளிதான கருத்து உருவாகிறது. வெவ்வேறு முறையில் எண்களை விளக்குவதற்கான எடுத்துக்காட்டு கீழே தரப்பட்டுள்ளது.



ஆதிகால மனிதன் எண்ணி உறுதிபடுத்துவதுடன் தொடர்புபடுத்தி ஒன்றுக்கொன்று பொருத்தப்படும் முறையைப் பயன்படுத்தினான். கி.மு. 9 ஆம் நூற்றாண்டில் மோஸ்லம் (Moslem) ஆட்சியாளர்களால் தங்களின் பேரரசை மேற்கத்திய நாடாகிய ஸ்பெயினிற்கும், கிழக்கத்திய நாடாகிய இன்டலிலிற்கும் விரிவாக்கிய போது 'ஹிந்து அரபிக்' எண்கள் என்ற பெயர் பரவத் தொடங்கியது. இன்று நாம் பயன்படுத்துவது இந்த எண்முறையாகும்.

எண்முறையின் சிறப்பியல்புகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

1. 0, 1, 2, 9 வரை உள்ள 10 இலக்கங்களை பயன்படுத்தி இன்றைய எண்முறை உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. ஆனால் இது பத்தடிமான எண்முறை என்ற பெயரில் அறியப்படுகிறது.
2. இடமதிப்பு என்ற கருத்தை பரிசீலனை செய்து எவ்வளவு பெரிய எண்ணையும், அதன் இடமதிப்பிற்கு ஏற்ப குறிப்பிட இயலுகிறது.
3. 'பூஜ்யத்தை' ஒரு இலக்கமாகப் பயன்படுத்த இயலுகிறது.

இடமதிப்பின் கருத்துருவாக்கம் சரியான முறையில் நடக்க வேண்டும் எனில் மூன்றுநிலைகள், பரிசீலனை செய்ய வேண்டும்.

1. பருப்பொருட்களைப் பயன்படுத்தி கருத்துருவாக்கம் (கம்புகட்டுக்கள், முத்துக்கள்.....)
2. பருப்பொருட்கள் முறையிலான நிகழ்த்துதல் (படங்கள், அபாக்கஸ்.....)
3. குறியீடுகளைப் பன்படுத்தி நிகழ்த்துதல்.

முதல் இரண்டு நிலைகளைக் கடந்து சென்ற பின் மூன்றாவது நிலையின் நிகழ்த்துதல் நடபெற வேண்டும்.

நால்வகைச் செயல்கள்

நால்வகைச் செயல்களுடன் தொடர்புடைய கற்பித்தல் இலக்குகள்

- கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் என்பனவற்றின் கருத்தை தெரிந்துகொள்ளுதல்.

- 4 செயல்முறைகளையும் வெவ்வேறு முறைகளில் புரிந்துகொள்ளவும் தேவைக்கு ஏற்ப பொருத்தமான முறையை தேர்ந்தெடுக்கவும் இயலுகிறது.
- செயல்பலனை மதித்துக் கூறுவதற்கான திறன் கிடைக்கிறது.
- நடைமுறை பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வுகாண இயலுகிறது.
- நால்வகைச் செயல்களுடன் தொடர்புடைய புதிய நடைமுறைப் பிரச்சினைகளை உருவாக்க இயலுகிறது

நால்வகைச் செயல்கள்

கூட்டல்

நடைமுறைச் சூழல்களின் வாயிலாக 'கூட்டல்' என்ற கருத்தை எடுத்துரைக்க வேண்டும்.

பொருட்கள், படங்கள் வழியாக கூட்டல், புரிந்துகொண்டபின், எண்களை பயன்படுத்தியுள்ள கூட்டல், எடுத்துரைக்க வேண்டும்.

$$\begin{array}{ccccccc} \textcircled{0000} & + & \textcircled{000} & = & \textcircled{0000000} \\ 4 & + & 3 & = & 7 \end{array}$$

இரண்டு இரண்டிலக்க எண்களானாலும் இரண்டு மூன்றிலக்க எண்களானாலும் கூட்டல் செயல்முறை செய்வதற்கு பல்வேறு வழிமுறைகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது என்பது புரிந்துகொள்ள வேண்டும்.

எ.கா: $234 + 156$

(ஊகித்து சரியான பதிலைக் காண வேண்டும்)

முறை 1	முறை 2	முறை 3
$\begin{aligned} 234 &= 200 + 30 + 4 \\ 156 &= 100 + 50 + 6 \\ &= 300 + 80 + 10 \\ &= 390 \\ &===== \end{aligned}$	$\begin{aligned} 234 + 156 &= 230 + 150 + 4 + 6 \\ &= 380 + 10 \\ &= 390 \\ &===== \end{aligned}$	$\begin{aligned} 234 + 156 &= 234 + 6 + 150 \\ &= 240 + 150 = 390 \\ &===== \end{aligned}$

கூட்டல் செயல்களைச் செய்யும் போது குழந்தைகள் புரியக்கூடிய தவறுகளைத் தெரிந்துகொண்டு தீர்வு காண்பதற்கான வழிமுறைகளை அறிவுறுத்த வேண்டும்.

கழித்தல்

பொருட்களைப் பயன்படுத்தியும் படங்களின் வாயிலாகவும் கழித்தல் செயல்முறை புரிய வேண்டும்.

எ.கா. $7 - 3 = 4$

$$\begin{array}{ccccccc} \textcircled{*****} & - & \textcircled{***} & = & \textcircled{****} \\ 7 & - & 3 & = & 4 \end{array}$$

கழித்தல் செயல்களில் புரியக்கூடிய தவறுகள் எவை எல்லாம்?

$$\begin{array}{r} 65 - \\ 26 \\ --- \\ 49 \\ == \end{array} \quad \begin{array}{r} 65 - \\ 26 \\ --- \\ 41 \\ == \end{array} \quad \begin{array}{r} 65 - \\ 26 \\ --- \\ 30 \\ == \end{array}$$

இந்த தவறுகளைத் திருத்துவதற்குப் பொருத்தமான முறையிலான பல்வேறு கற்றல் செயல்பாடுகளை திட்டமிடல் வேண்டும்.

பெருக்கல்

மீண்டும் மீண்டும் கூட்டுவதே பெருக்கல் என்ற கருத்தை பல்வேறு நடைமுறைச் சூழல்கள் வாயிலாக எடுத்துரைக்க வேண்டும்.

ஒரு பொருளின் 4 வீதம் கூட்டங்கள் பெருக்கல் சூழலாக எடுத்துரைக்கப்பட்டுள்ளது.

பொருட்கள்	கூட்டல் உண்மை	பெருக்கல் உண்மை
• • • •	4	1 4 = 4
• • • • • • • •	4+4 = 8	2 4 = 8
• • • • • • • • • • • •	4+4+4 = 12	3 4 = 12
• • • • • • • • • • • • • • • •	4+4+4+4 = 16	4 4 = 16

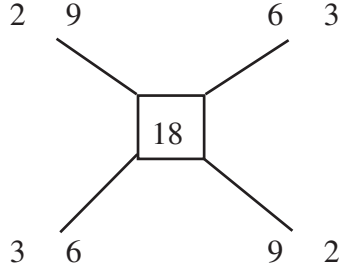
இவ்வாறு பெருக்கல் உண்மைகளைப் பல்வேறு எண்களுடன் தொடர்புபடுத்தி உருவாக்குவதற்கான வாய்ப்புகள் கிடைக்க வேண்டும்.

அட்டவணையை உருவாக்குவது அவற்றின் வரிசையும் அமைப்பும் தெரிந்துகொள்ளவும், உண்மைகளைக் கண்டறிந்து செயல்படுத்துவதை எளிதாக்குவதற்குமாகும். பெருக்கல் உண்மைகளை நிறுவுவதற்கு என்னென்ன செயல்பாடுகளை அளிக்கலாம்.

மீண்டும் மீண்டும் கூட்டலின் வாயிலாக அட்டவணை உருவாக்குதல்.

அட்டவணையில் இருந்து சமமான பெருக்கல் உண்மைகளைக் கண்டுபிடித்தல்

(2 4 = 8 , 4 2 = 8)



- ஒவ்வொரு பெருக்கல் உண்மையின் முன்னாலும் பின்னாலும் உள்ளவற்றைக் கண்டறிதல்.
எ.கா. $5 \times 4 = 20$, எநில் $4 \times 4 = ?$, $6 \times 4 = ?$
- அடிப்படை பெருக்கல் உண்மைகளைக் கண்டறிதல்
(அடிப்படை பெருக்கல் உண்மைகளை அட்டவணையில் இருந்து கண்டறிதல்)

இத்தகைய செயல்பாடுகளை அட்டவணையுடன் தொடர்பு படுத்தி செய்தபின் ஏனைய செயல்பாடுகளான வினையாட்டுகள், பாடல்கள், கதைகள், நடைமுறைப் பிரச்சினைகள் இவற்றைச் செய்ய வேண்டும்.

பெருக்கல் செயல்கள்

பெருக்கலின் வெவ்வேறு வழிமுறைகளின் வாயிலாகப் பெருக்கல் பலன்காண, ஒவ்வொரு பிரச்சினைக்கும் பொருத்தமான செயல்முறையைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

முறை 1

$$25 \times 12$$

	10	2	
20	200	40	
5	50	10	
	250	50	300

முறை 2

$$25 \times 12 = 25 \times 4 \times 3 = 100 \times 3 = 300$$

முறை 3

$$\begin{aligned} 25 \times 12 &= 25 \times 2 \times 6 = 50 \times 6 = \\ &= 50 \times 2 \times 3 = \\ &= 100 \times 3 = 300 \end{aligned}$$

முறை 4

$$25 \times 12 = (10 + 2) 25 = 250 + 50 = 300$$

வகுத்தல்

மீண்டும் மீண்டும் கழித்தலே வகுத்தல் என்ற கருத்தை எடுத்துரைப்பதற்குச் சமமாக பங்குவைத்தல் என்ற கருத்தைப் பெற வேண்டும்.

எகா: 18 புத்தகங்கள் 3 நபர்களுக்கு சமமாக பங்கிடலாம்.

$$\begin{array}{r}
 18 - \\
 \underline{3} \\
 15 - \\
 \underline{3} \\
 12 - \\
 \underline{3} \\
 9 - \qquad 18 \div 3 = 6 \\
 \underline{3} \\
 6 - \\
 \underline{3} \\
 3 - \\
 \underline{3} \\
 0 -
 \end{array}$$

மீண்டும் மீண்டும் கழித்தலின் வாயிலாகப் பெருக்கல் என்ற கருத்து எடுத்துரைக்கப்படுகிறது. வகுத்தல் அடயாளம் (\div) அறிமுகப்படுகிறது. வகுத்தலை பெருக்கல் உண்மைகளுடன் தொடர்பு படுத்தவும் வெவ்வேறு கற்றல் செயல்பாடுகளின் வாயிலாகச் செயல்படுத்தவும் இயலும்.

$6 \times 3 = 18$ இல் இருந்து $18 \div 3 = 6$,

$$18 \div 3 = 6$$

வகுத்தல் செயல்புரியும் போது நிகழக்கூடிய தவறுகள், எடுத்தக்காட்டுகளின் வாயிலாகப் பகுப்பாய்வு செய்து தீர்வு காண்பதற்கான வழிமுறைகளைக் கலந்துரையாடலாம்.

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 7 \overline{)721}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3100 \\
 7 \overline{)721}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1003 \\
 7 \overline{)721}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 021
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 21 \\
 700
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 700 \\
 21
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 700 \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 21 \\
 0
 \end{array}$$

ஒவ்வொரு வகுத்தல் செயலிலும் வந்திருக்கும் வகுத்தல் பலனின் சிறப்புதன்மைகளை வெவ்வேறு பிரச்சினைகளின் வாயிலாக எடுத்துரைக்க வேண்டும்.

பின்ன எண்கள்

பின்ன எண்களின் கற்றலுடன் தொடர்புடைய கற்றல் இலக்குகள்

- பின்ன எண்கள் என்ற கருத்தை வெவ்வேறு நிலைகளில் தெரிந்துகொள்வதற்கு.

- பின்ன எண்களைக் குறிப்பிடுவதற்கான வேறொரு முறை தசம வடிவம் எனப் புரிந்துகொள்வதற்கு

பின்ன எண் கருத்தை 3 வெவ்வேறு நிலைகளாக வழங்குதல்

1. ஒன்றின் பாகமாக ஒரு பொருளைச் சம பாகங்களாக்கி, ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதியை குறிப்பிடுதல்.
2. பின்ன எண்ணை வகுத்தலின் பாகமாக ($\frac{3}{4}$ என்ற பின்ன எண்ணை $3 \div 4$) குறிப்பிடுதல்.
3. பின்னத்தை கூட்டத்தின் பாகமாக குறிப்பிடுதல்.

அலகுகளை உட்கிரகித்து மேலும் எடுத்துக்காட்டுகளையும் செயல்பாடுகளையும் சேகரிக்கவும்.

தசம எண்கள்

பின்ன எண்ணை குறிப்பிடுவதற்கான வேறொரு முறையே தசம எண்கள்.

- 0.5 என்பது $\frac{5}{10}$, $\frac{1}{2}$ என்ற பின்ன எண்களைக் குறிப்பிடுவதற்கான வெவ்வேறு வழிமுறைகளாகும். ஆனால் தசமபின்னம் 10, 100, 1000 போன்றவற்றின் தொகுதியாக மட்டுமே குறிப்பிடப்படுகிறது.
- ஒன்றை 10 சமபகுதிகளாக்கி கிடைக்கும் பின்ன எண்களைக் குறித்துள்ள கருத்து தசம எண்ணை எடுத்துரைக்க உதவிபுரிகிறது.
- 45.36 என்ற தசம எண் 45 முழு எண்ணும், பத்தில் ஒன்றுகள் மூன்றும், நூறில் ஒன்றுகள் ஆறும், சேர்ந்ததாகும்.

$$45.36 = 45 + \quad + \quad = 45 + 0.3 + 0.06$$

தசம எண்களில் குழந்தைகள் செய்யக் கூடிய தவறுகளைக் கீழே தரப்பட்டுள்ள பிரச்சினைகளின் வாயிலாகக் கலந்துரையாடவும்.

$$1) 35.46 = 35.5 \qquad 2) 23.35 + 2.4 = 5.39$$

$$3) \quad = 0.5 \qquad 4) 0.005 =$$

அளவுகள்

- அளவுகளுடன் தொடர்புடைய கற்றல் இலக்குகள்
- அளப்பதன் தேவையை உணர்த்துதல்
- எவற்றையெல்லாம் எண்ண வேண்டும்? எவற்றையெல்லாம் அளக்க வேண்டும்? என்பதை பிரித்தறிவதற்கு
- பல்வேறு அளவுகளைத் தெரிந்து கொள்வதற்கு (காலம், நீளம், எடை கொள்ளளவு)

நடைமுறை வாழ்க்கையில், எண்ணிக்கையை போன்று அளப்பதும் மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது ஆகும்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுகளைக் கலந்துரையாடவும்

எண்ணுவதற்கும் அளப்பதற்கும் இடையே உள்ள வித்தியாசம் என்ன?
(பொருத்தப்படுத்துதலும், ஒப்புமை செய்தலும்)
எப்போதெல்லாம் அளக்க நேரிடும்?
எண்ணுவதற்கு இயல்கின்றவற்றை மட்டுமா அளப்பது
எண்ணுவதற்கு இயலாதவற்றிற்கு எடுத்துக்காட்டு காண்க.
(துணி, இடம், நூல்.....)

நீளம்

- நீளம் என்ற கருத்து
- நீளத்தை குறிக்கும் வேறு சொற்கள் (அகலம், ஆழம், உயரம், சுற்றளவு)
- நீளத்தின் எடுத்தரைத்தல் - அங்கீகாரம் இல்லாத ஓரலகில் தொடங்கி அங்கீகாரம் உள்ளதிற்கு.
- நீளத்தின் சர்வதேச அலகு.
- நீளத்தின் பழங்கால அலகுகள் (சான், சுவடு, முழம் மாறு, பர்லோங், மைல்)
- சிறிய அளவுகளுக்குச் சிறிய ஓரலகு தேவையாகும்
- நீளம் எவ்வளவு என ஊகித்துக் கூறுதல், சரியான அளவுடன் ஒப்புமை செய்தல்)

கொள்ளளவு

- கொள்ளளவு என்ற கருத்து
- கொள்ளளவிற்கான ஓரலகு
- கொள்ளளவிற்கும் கன அளவிற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு.
- கொள்ளளவிற்கான நாட்டுப்புற அளவுகள் (கிளாஸ், கப், குப்பி)
- பல்வேறு அளவிலான பாத்திரங்களைத் தயார் செய்தல்.

எடை (பாரம்)

- எடை என்ற கருத்து
- தராசு இல்லாமல் எடையை காணுதல்
- தராசு உருவாக்குதல்
- எடையின் ஓரலகுகள், பரஸ்பர தொடர்பு
- எடையை ஊகித்துக் கூறுதல்
- 1 லிட்டர் தண்ணீரின் எடை

நேரம்

- நேரத்தின் ஓரலகுகள், பரஸ்பர தொடர்பு
- கடிகாரம் உருவாக்குதல், கடிகாரத்தைப் பார்த்து நேரம் கூறுதல்
- am, pm, 24 மணிக்கூர் நேரம்.
- வாரம், மாதம், வருடம் இவற்றைக் குறித்துள்ள அறிவு, பரஸ்பர தொடர்பு.
- கால அளவு என்ற கருத்து (வினாடி, நிமிடம், மணிக்கூர், நாள், வாரம், மாதம், வருடம்)
- கால அட்டவணை (காலக்கோடு உருவாக்குதல், ஒரு நபரின் வாழ்க்கை நிலைகள், நாட்டில்

நடைபெறும் முக்கிய நிகழ்வுகள், வரலாற்று உண்மைகள் இவற்றைக் காலக் கோட்டில் குறிப்பிடுதல்.

- நேரத்தை ஊகித்துக் கூறுதல்.
- லீப் வருடம்
- தூரத்தை நேரத்துடன் தொடர்புபடுத்திக் கூறுதல்.
- நிழலுக்கும் நேரத்திற்கும் உள்ள தொடர்பு

லீப் வருடம் (Leap Year)

ஒரு வருடம் என்பது 365.24219 நாட்கள் ஆகும். சாதாரணமாக ஒரு நாட் காட்டியில் ஒரு வருடம் 365 நாட்களாகத் திட்டப் படுத்தப்பட்டுள்ளது. அப்போது மீதியுள்ள 0.24219 நாட்களைக் கூட்டி 4-இல் ஒரு வருடத்தை 366 நாட்களாக்கப்பட்டுள்ளது. 3 வருடம் பிப்ருவரிக்கு 28 நாட்கள் என்றால் 4 - ஆம் வருடம் 29 நாட்கள். 366 நாட்கள் வருகின்ற வருடமாகும் லீப் வருடம். இந்த முறையில் தொடர்ந்தால் 400 வருடம் செல்லும் போது ஒரு நாள் அதிகமாக வரும். அதனால் 400 ஆல் வகுக்கக் கூடிய நூற்றாண்டுகளை லீப் வருடமாகக் கணக்கிடலாம். எடுத்துக்காட்டாக 2100 - இல் பிப்ருவரிக்கு 28 நாட்கள் இருக்கும். ஆனால் 2000 - இல் பிப்ருவரிக்கு 29 நாட்கள் உண்டு (காரணத்தைக் கண்டு பிடிக்கவும்)

நாட்காட்டியின் வரலாறு

நூற்றாண்டுகளுக்கு முன்னரே ஒழுங்காக ஆகாய உற்றுநோக்கலை நடத்தி தகவல்களைப் பதிவு செய்கின்ற முறை உலகத்தின் அனைத்து இடங்களிலும் இருந்தது. இந்தியர்களும் இத்தகைய உற்று நோக்கல்கள் வழியாக நட்சத்திரங்கள், கிரகணங்கள் போன்றவற்றைத் துல்லியமாக கூறுவதற்குத் தேவையான நாட்காட்டிக்கு வடிவம் அளித்தனர். பாபிலோனியர்கள் சந்திரனின் வடிவங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு நாட்காட்டியைத் தயாரித்தனர். பெளர்ணமி முதல் பொர்ணமி வரை 29.53 நாட்கள் ஆனதால் அவர்களுடைய மாதங்களுக்கு ஒன்றிடைவிட்டு 29-உம் 30 உம் நாட்களாக இருந்தது. வருடத்தில் 365.24 நாட்களானதால் அவர்களின் வருடங்களுக்குச் சிலவேளைகளில் 12- உம் சிலவேளைகளில் 13-உம் மாதங்கள் இருந்தன.

கிறிஸ்து வருடம் 1582 - இல் 13 - ஆவது போப் ஆன கிரிகரி வெளியிட்ட நாட்காட்டியே கிரிகோரியன் நாட்காட்டி.

மலயாளம் நாட்காட்டி

கிறிஸ்து வருடம் 825 ஆகஸ்டில் கொல்ல வருடம் என்ற பெயர் உள்ள மலயாளம் நாட்காட்டி ஆரம்பமானது, கொல்ல வருடத்தில் ராசிகளின் பெயர்கள் மாதங்களுக்கு அளிக்கப் பட்டுள்ளன. சூரியன் ஒரு ராசியில் செல்வது முதல் அந்த ராசியின் இருந்து வெளியே செல்கின்ற நாள் வரையாகும் மாதத்தின் கால அளவு. சூரியன் அனைத்து ராசிகளையும் கடந்து செல்வதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் சமமற்றதால் மலையாள மாதங்களுக்கு 28 முதல் 32 நாட்கள் வரை கால அளவு உண்டு.

வடிவியல்

- வடிவியலின் தோற்றத்தையும் வளர்ச்சியையும் அறிந்து கொள்வதற்கு.
- பல்வேறு வடிவியல் வடிவங்களை அறிந்து கொள்வதற்கு.
- பல்வேறு வடிவியல் வடிவங்களை உருவாக்குவதற்கு.
- பல்வேறு வடிவியல் வடிவங்களின் சிறப்பியல்புகளை அறிந்து கொள்வதற்கு.
- வடிவியல் வடிவங்களை சேர்த்து வைத்து பல்வேறு வடிவங்களை உருவாக்குவதற்கு.

வடிவியலின் உள்ளடக்கம்

சுற்றுப்புறங்களின் உள்ள பொருட்களை உற்று நோக்கவும் சிறப்பியல்புகளின் அடிப்படையில் ஒப்பீடு செய்து வகைப்படுத்தவும் மாணவர்களுக்கு வாய்ப்பு கிடைக்கின்றது.

- நோட்டுப் புத்தகங்கள்
- நாணயங்கள்
- மிதிவண்டிச் சக்கரம்
- பல்வேறு வடிவங்களில் உள்ள காகிதம்.
- பல்வேறு நீளங்களில் உள்ள கயிறு, நூல்.....

இதைப் போன்ற பொருட்களைச் சிறப்பியல்புகளின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தி ஒரே பண்புடையவற்றின் பெயர்களை அறிந்து கொண்டு பொருட்களைச் சேகரித்தல், வரைதல், உருவாக்குதல், சேர்த்து வைத்து வடிவங்கள் உருவாக்குதல் போன்ற செயல்பாடுகளைச் செய்ய மாணவர்களுக்கு இயல வேண்டும்.

பூமி என்று பொருள்படுகின்ற 'ஜியோ' என்ற சொல்லும் அளவு என்று பொருள்படுகின்ற 'மதி' என்ற சொல்லும் சேர்ந்து வடிவியல் என்ற சொல் வடிவம் கொண்டது. பூமியில் அளவுகளைக் குறிப்பிடுகின்ற அறிவியலே வடிவியல்.

பாடப்புத்தகம், ஆசிரியர் கையேடு இவற்றைப் பயன்படுத்தி கற்றல் அடைவுகள், கருத்துகள், கற்றல் கருவிகள், பரிமாற்ற முறை போன்றவற்றின் அட்டவணையைத் தயாரிக்க வேண்டும்.

எண் அறவு:

வகுப்பு 1

கற்றல் அடைவு	முக்கியக் கருத்துகள்	பரிமாற்ற முறை	கற்றல் கருவிகள்

1 முதல் 5 வரையுள்ள, பல்வேறு வகுப்புகளின் பாடப் பகுதிகளை வேறுபட்ட மண்டலங்களின் அடிப்படையில் மேலே தரப் பட்டுள்ள அட்டவணையின் மாதிரியில் நிரப்ப வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு

மண்டம்: வடிவியல்

வகுப்பு : 3

கற்றல் அடைவு	முக்கியக் கருத்துகள்	பரிமாற்ற முறை கற்றல் கற்பித்தல் செயல்முறை	கற்றல் கருவிகள்
சுற்றுப்புறத்தில் உள்ள வடிவங்களில் இருந்து செவ்வகம், முக்கோணம், வட்டம் இவற்றை அறிந்து கொள்கின்றனர்.	<ul style="list-style-type: none"> செவ்வகம் முக்கோணம் வட்டம் 	சுற்றுப்புறத்தில் இருந்து, செவ்வகம், முக்கோணம், வட்டம் ஆகிய வடிவங்கள் சேகரிக்கப்படுகிறது. இந்த வடிவங்களில் இருந்து செவ்வகம், முக்கோணம், வட்டம் ஆகியவை வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.	செவ்வகம் முக்கோணம் வட்டம் (பல்வேறு அளவுகள் உடையவை)
செவ்வகம், முக்கோணம், வட்டம் ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி வெவ்வேறு வடிவங்களை உருவாக்கி வரையவும் செய்கின்றனர்.	<ul style="list-style-type: none"> செவ்வகம் முக்கோணம் வட்டம் 	செவ்வகம், முக்கோணம், வட்டம் போன்ற வடிவங்களைச் சேர்த்து வைத்து அழகிய வடிவங்களை உருவாக்கி வரைகின்றனர்.	செவ்வகம் முக்கோணம் வட்டம் ஆகியவற்றின் பல்வேறு வடிவங்கள்.

மண்டலம் : எண் அறிவு

வகுப்பு : 3

கற்றல் அடைவு	முக்கியக் கருத்துகள்	பரிமாற்ற முறை கற்றல் கற்பித்தல் செயல்முறை	கற்றல் கருவிகள்
999 வரையுள்ள எண்களை வாசிக்கின்றனர்.	<ul style="list-style-type: none"> 99 - உடன் 1 ஐ சேர்க்கும் போது 100 கிடைக்கிறது. 10 பத்துகள் சேர்ந்தால் 100, 100 நூறுகள் சேர்ந்தால் 1000 சிறிய மூன்று இலக்க எண் 100 பெரிய மூன்று இலக்க எண் 999 	விளையாட்டுப் புத்தகங்களோ, படங்களோ, எண் அட்டைகளோ பயன்படுத்தி 99 உடன் 1 ஐ சேர்த்தால் 100 ஆகும் என்றும் தொடர்ந்து வரும் எண்கள் 101, 102, என்பனவற்றை வாசிக்கவும் எழுதவும் செய்கின்றனர். வெவ்வேறு செயல்பாடுகள் வழியாக ஒரு மூன்று இலக்க எண்ணின் முன்னரும் பின்னரும் உள்ள எண்களைக் கண்டுபிடித்து வாசிக்கின்றனர்.	விளையாட்டு ரூபாய் நோட்டுகள், படங்கள், எண் அட்டைகள்.

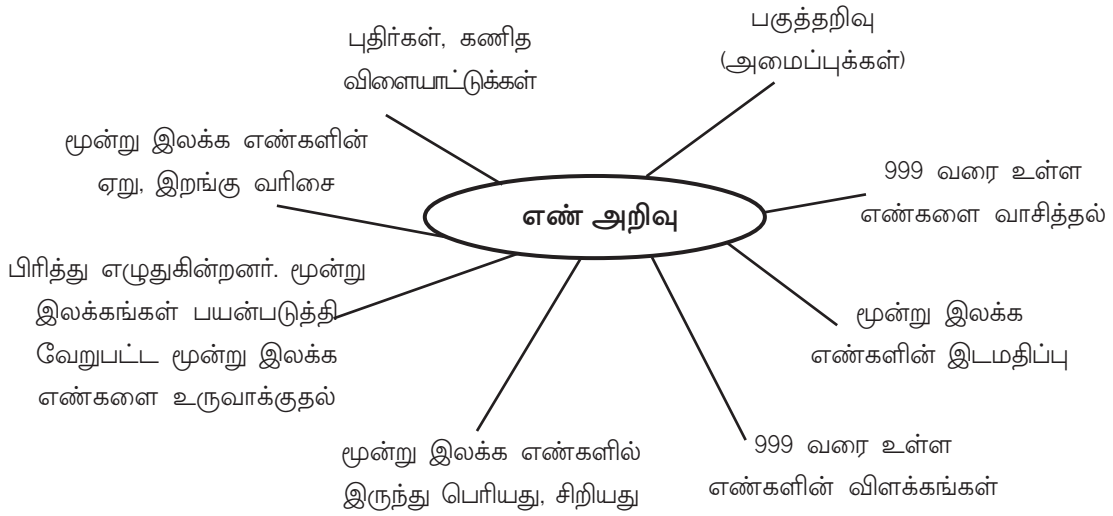
மதிப்பிடுதல்

எண் அறிவு, நால்வகைச் செயல்கள், அளவுகள், வடிவியல், நேரம் ஆகிய பிரிவுகளில் பல்வேறு வகுப்புக்களின் கற்றல் அடைவுகள், கருத்துகள், கற்றல் கற்பித்தல் செயல்முறைகள், கற்றல் கருவிகள், என்பனவற்றின் குறிப்பு தயார் செய்தல்.

ஒப்படைப்பு

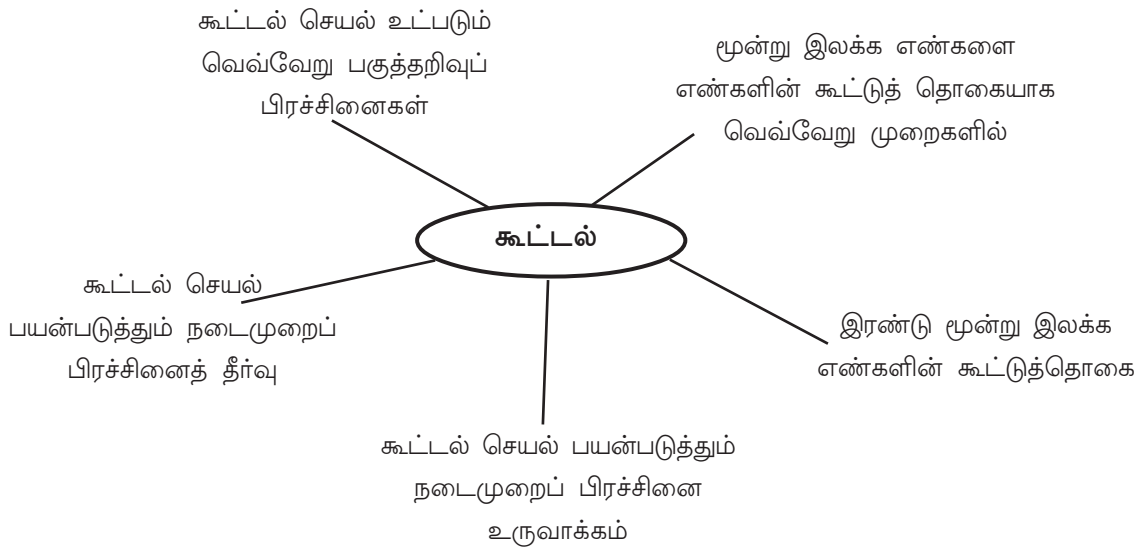
சில மண்டலங்களின் கற்றல் அடைவுகள் கீழே சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

எண் அறிவு Std - 3

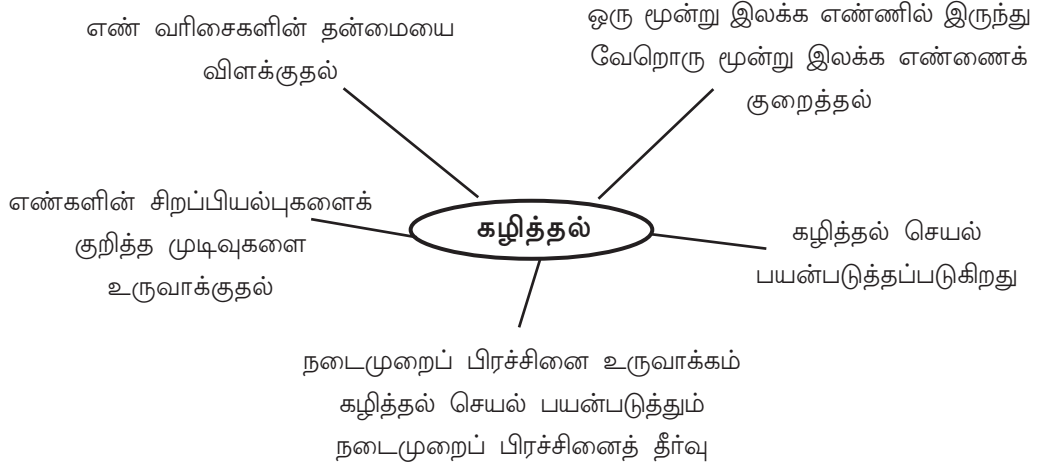


நால்வகைச் செயல்கள்

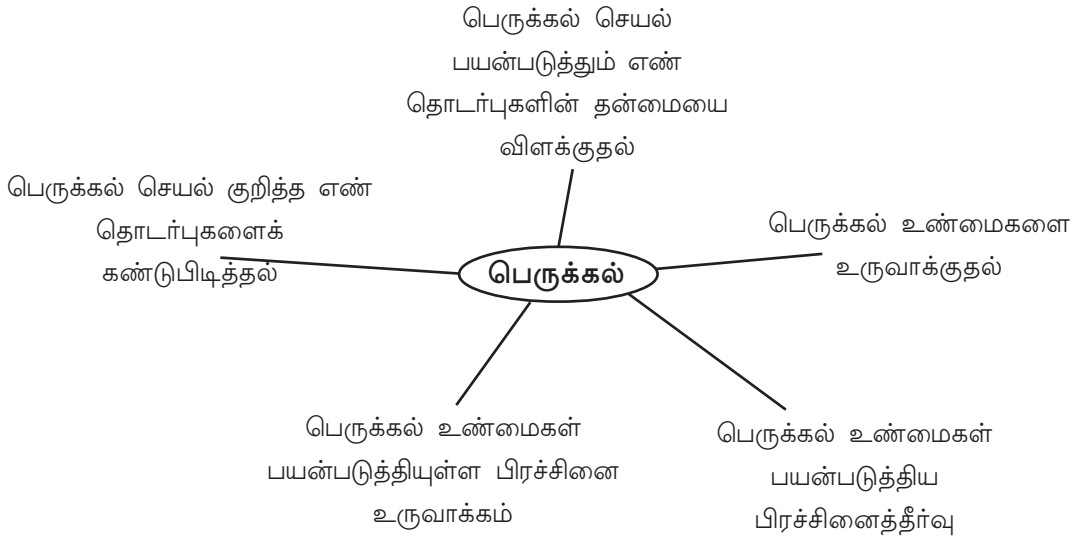
கூட்டல் Std - 3



கழித்தல் Std - 3



பெருக்கல் Std - 3



கருத்துக்களின், வளர்ச்சியும் தொடர்ச்சியும் பரஸ்பரத்தொடர்பும்

கணிதத்தின் கருத்துகள் ஒன்றோடொன்று தொடர்பு உடையனவாகும். எண் அறிவு பெறாத மாணவர்களுக்கு எண்களிடையே உள்ள செயல்களைச் செய்வதில் சிரமம் ஏற்படுகிறது. கணிதக் கருத்துக்கள் ஒன்றோடொன்று தொடர்பு கொண்டுள்ளன. எனவே எந்த ஒரு கருத்தையும் உருவாக்க வேண்டும் என்றால் அத்துடன் தொடர்புடைய வேறுசில கருத்துகளையும் பெற்றுக்கொள்ள வேண்டும். அத்துடன் கருத்துகளின் தொடர்ச்சியாகக் கருத்து மண்டலங்களைக் கண்டு பிடிப்பதற்கும் கருத்துக்களுக்கிடையே உள்ள பரஸ்பரத் தொடர்பைக் கண்டுபிடிக்கவும் இயலவேண்டும். கணிதக் கற்றலை நல்லமுறையில் வகுப்பறையில் நடைமுறைப்படுத்துவதற்கு கணிதக் கருத்துக்களுக்கிடையிலானப் பரஸ்பரத் தொடர்பைக் கண்டுபிடிப்பது தேவையானதாகும்.

எண் அறிவு, நால்வகைச் செயல்கள், வடிவியல் வடிவங்கள், அளவுகள், நேரம். ஆகியவற்றில் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உள்ள வளர்ச்சியைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

ஒன்று முதல் ஐந்துவரையுள்ள பாடபுத்தகங்கள், ஆசிரியர் கையேடு ஆகியவற்றின் துணையுடன் ஒவ்வொரு பிரிவுகளின் தொடர்ச்சியும் வளர்ச்சியும் கற்றல் அடைவுகளை அடிப்படையாக்கி அவற்றின் எல்லையைப் பகுப்பாய்வு செய்து குறிப்பு தயாரிக்கின்றனர்.

ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள கற்றல் அடைவுகளின் வளர்ச்சியை வெவ்வேறு அலகுகளில் சுழற்சிமுறையில் புரிந்துகொண்டு தயாரிக்க வேண்டும்.

ஒன்றாம் வகுப்பு முதல் ஐந்தாம் வகுப்பு வரையுள்ள எண் அறிவின் வளர்ச்சி கோடி வரையிலான எண்களை அடைவது ஐந்தாம் வகுப்பிலாகும்.

Std I	-	(1 -10 வரை)
Std II	-	(1 -99 வரை)
Std III	-	(1 -999 வரை)
Std IV	-	(1 -9999 வரை)
Std V	-	(லட்சம், பத்துலட்சம், கோடி)

பிற மண்டலங்களின் கற்றல் அடைவுகளின் வளர்ச்சியையும் மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதைப் போன்று பகுப்பாய்வு செய்து கண்டுபிடிக்க வேண்டியதாகும்.

திறன்களின் பரஸ்பரத் தொடர்பு

ஒன்று முதல் ஐந்துவரை வகுப்பில் வெவ்வேறு கணிதத் திறன்கள் பல மண்டலங்களாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. ஒன்று, இரண்டு, வகுப்புகளில் ஒருங்கிணைந்த அணுகுமுறை உள்ளது. கருத்துகளின் பரஸ்பரத் தொடர்பையும் ஒன்று முதல் ஐந்துவரை வகுப்புகளில் உள்ள கற்றல் அடைவுகளையும் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும். எண் அறிவு என்னும் பிரிவில் வகுப்பு 1 முதல் வகுப்பு 5 வரையுள்ள தொடர்புகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

Class - I

1-10 எண்கள்
பெரியது, சிறியது
ஏறுவரிசை
இறங்கு வரிசை

Class - II

1 முதல் 99 வரையுள்ள எண்கள்
எண்களின் இடமதிப்பு
ஏறுவரிசை
இறங்குவரிசை
எண்களின் விளக்கங்கள்

Class - III

1 முதல் 999 வரையுள்ள எண்கள்
எண்களின் இடமதிப்பு
ஏறுவரிசை
இறங்குவரிசை
எண்களின் விளக்கங்கள்

Class - IV

1 முதல் 9999 எண்கள்
எண்களின் இடமதிப்பு
ஏறுவரிசை
இறங்கு வரிசை
எண்களின் விளக்கங்கள்

Class - V

லட்சம், பத்துலட்சம், கோடி
போன்ற பெரிய எண்களை
இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை அடிப்படையில்
வாசிப்பதற்கும் எழுதுவதற்கும் இயலுகிறது.
பெரிய எண்களின் ஏறுவரிசை
இறங்கு வரிசை
எண்களின் விளக்கங்கள்.

ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் அறிவுறுத்தப்பட்ட எண்களை எழுதுவதற்கும், வாசிப்பதற்கும் அவற்றை பயன்படுத்துவதற்கும் ஏராளமான, வாழ்க்கை அனுபவங்களும் பயிற்சியும் செய்தால் மட்டுமே கருத்துருவாக்கத்தை சரியான முறையில் அடைய முடியும். எண்களில் பெரியதை புரிந்துகொண்டு, உயர்ந்த திறன்கள் பெருவதற்கான செயல்பாடுகளின் வாயிலாக லட்சம், பத்துலட்சம், கோடி, போன்ற பெரிய எண்களைப் பற்றிய கருத்து உருவாகிறது. பெரிய எண்கள் உட்படும் சந்தர்பங்கள் வழி இடமதிப்பின் அடிப்படையில் எண்களை எழுதுவதன் வாய்ப்பை அறியவும். கணித ரசனையிலும் உயர்ந்த நிலையை அடையவும் இயலும்.

திறன்களின் தொடர்ச்சியும் வளர்ச்சியும்.

ஒன்று முதல் ஐந்து வரை வகுப்புகளிலுள்ள பல்வேறு கணித திறன்களை பிரிவுகளாக பிரிக்கும் போது அவற்றின் தொடர்ச்சியும், வளர்ச்சியும் எந்தளவு ஒன்றோடொன்று தொடர்பு கொண்டுள்ளது என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம். (உதாரணமாக) எண் அறிவு என்ற பிரிவிலுள்ள திறன்களைப் பகுப்பாய்வு செய்து மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

Std I - 1 - 10

Std II - 1 - 99

Std III	-	1 - 999
Std IV	-	1 - 9999
Std V	-	லட்சம், பத்துலட்சம், கோடி வரை

இதுபோன்று பிற பிரிவுகளோடு தொடர்புடைய திறன்கள், ஒவ்வொரு வகுப்பின் கற்றல் அடைவுகள் பரிசோதித்து பகுப்பாய்வு செய்ய வேண்டும்.

கற்றல் அடைவுகளின் சூழற்சி

கணிதக் கற்றலில் கற்றல் அடைவுகள் சுழற்சி அணுகுமுறையின் அடிப்படையிலாகும். எண் அறிவு என்ற பிரிவில் மட்டும் முதல், இரண்டாவது அலகுகளில் நால்வகை செயல்கள், ஜாமிதிய வடிவங்கள், அளவுகள் தொடங்கி எல்லா பிரிவுகளிலும் கற்றல் அடைவுகள் ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் வெவ்வேறு அலகுகளில், குறிப்பிடப்பட்டுள்ளன. கற்றல் அடைவுகள் கடின தன்மைக் கேற்ப பல அலகுகளில் உட்படுத்தப் பட்டுள்ளதால் கணிதக் கற்றல் சிறப்புடையதாகிறது.

Std 3 - இல் வேறுபட்ட பிரிவுகளில் கற்றல் அடைவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எண் அறிவு (அலகு 1)

- 999 வரையுள்ள எண்களை வாசிக்கின்றனர்.
- 999 வரையுள்ள எண்களை பல்வேறு முறைகளில் விளக்குகின்றனர்.
- மூன்றிலக்க எண்களை இடமதிப்பிற்கேற்ப பிரித்தெழுதுகின்றனர்.
- மூன்று இலக்கங்களை உபயோகித்து பல்வேறு மூன்றிலக்க எண்களை உருவாக்குகின்றனர்.
- மூன்றிலக்க எண்களில் பெரியது, சிறியதைத் கண்டுபிடிக்கின்றனர்.
- மூன்றிலக்க எண்களை ஏறுவரிசை, இறங்குவரிசையில் எழுதுகின்றனர்.
- இடத்தைக் குறிப்பிட எண்களை உபயோகிக்கின்றனர்.
- மூன்றிலக்க எண்களை உபயோகித்து எண்கள் அடிப்படையிலான நடைமுறைப் பிரச்சினைக்கு தீர்வு காண்கின்றனர்.
- எண் வரிசையின் உத்தியை விளக்கவும் புதிய எண்வரிசையைக் கண்டடையவும் செய்கின்றனர்.

நால்வகை செயல்கள்

கூட்டல் (அலகு 2)

- ஒரு எண்ணை வேறுபட்ட எண்களின் தொகையாக பல்வேறு முறைகளில் எழுதுகின்றனர்.
- ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணோடு வேறொரு மூன்றிலக்க எண்ணை கூட்டுவதற்காக முறைகளை விளக்குகின்றனர்.
- நடைமுறை பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வுகாண கூட்டல் செயலை உபயோகிக்கின்றனர்.
- நடைமுறை பிரச்சினைகளின் தீர்வை வேறுபட்ட முறைகளில் விளக்குகின்றனர்.
- எண் வரிசையின் தன்மையை விளக்குகின்றனர்.

கழித்தல் (அலகு 3)

- ஒரு எண்ணிலிருந்து வேறொரு எண்ணை கழிக்கும் முறையை விளக்குகின்றனர்.
- நடைமுறை பிரிச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காண கழித்தல் செயலை உபயோகிக்கின்றனர்.
- பிரிச்சினை தீர்வுக்காக, பல்வேறு முறைகளை விளக்குகின்றனர்.
- கழித்தல் செயல்களின் விடை சரியா என்பதை பரிசோதிப்பதற்கான முறையை கூறுகின்றனர்.
- எண்களின் தனித்தன்மையை பற்றி முடிவுகள் உருவாக்கின்றனர்.
- எண்வரிசையின் தன்மையை விளக்குகின்றனர்.

பெருக்கல் (அலகு 5, 7)

- நடைமுறை சூழல்களில் பெருக்கல் உண்மைகளை உருவாக்குகின்றனர்.
- பிரிச்சினை தீர்வுக்காக பெருக்கல் உண்மைகளை பயன்படுத்துகின்றனர்.
- பிரிச்சினை தீர்வுக்காக பெருக்கல் செயல் உபயோகிக்கின்றனர்.
- பெருக்கல் உண்மைகள் பயன்படுத்தும் நடைமுறை பிரிச்சினைகள் உருவாக்குகின்றனர்.
- பெருக்கலோடு தொடர்புடைய எண் தொடர்புகள் கண்டுபிடித்து விளக்குகின்றனர்.

வகுத்தல் (அலகு 9)

- ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையை சமமான கூட்டங்களாக்கி மாற்றுவதற்கு வகுத்தல் செயலை உபயோகிக்கின்றனர் (தொடர்ச்சியாக கழித்தல், மீண்டும் மீண்டும்)
- வகுத்தல் செயலை பல்வேறு முறைகளில் விளக்குகின்றனர். (மீண்டும் மீண்டும் கழித்தல் கூட்டங்களாக்குதல், சமமாக பங்குவைத்தல்)
- வகுத்தல் செயல்கள் செய்வதற்காகப் பல்வேறு வழிகளை விளக்குகின்றனர்.
- நடைமுறை பிரிச்சினைகளுக்குத் தீர்வுகாண வகுத்தல் செயலை உபயோகிக்கின்றனர்.
- வகுத்தல் செயலோடு தொடர்புடைய எண்தொடர்புகள் கண்டு பிடித்து விளக்குகின்றனர்.

ஜாமீதிய வடிவங்கள் (அலகு 4)

- சுற்றிலுமுள்ள வடிவங்களிலிருந்து சதுரம், முக்கோணம், வட்டம், இவற்றைப் பிரித்தறிகின்றனர்.
- சதுரம், முக்கோணம், வட்டம் இவற்றை உபயோகித்து பல்வேறு வடிவங்கள் உருவாக்கவும், வரையவும் செய்கின்றனர்.
- நுட்பமாகவும், துல்லியமாகவும் அளவுகளை கையாளுகின்றனர்.
- டாஸ்கிராம் துண்டுகள் உபயோகித்து வடிவங்கள் உருவாக்குகின்றனர்.
- முப்பரிமான வடிவங்கள் உருவாக்குகின்றனர்.

நேரம் (அலகு 6)

- வாட்ச், கடிகாரம் இவற்றைப் பார்த்து நேரத்தை கூறுகின்றனர்.
- நேரம் கணக்கிடுவதற்கான ஒரு அலகே மணிக்கூர்.
- குறிப்பிட்ட நேரங்களுக்கிடையேயுள்ள நேரவித்தியாசங்களைக் கணக்கிடுகின்றனர்.

- மணிக்கூர், நிமிடம் இவற்றின் ஒன்றொன்றான தொடர்பை விளக்குகின்றனர்.
- நேரத்தோடு தொடர்புபடுத்தி செயல்பாடுகள் திட்டமிடவும் கால அட்டவணை, காலண்டர் உருவாக்குகின்றனர்.
- காலண்டரை பார்த்து ஆங்கில, மலையாள, தமிழ் மாதங்களின் தேதிகள், விசேஷ நாட்கள் கண்டு பிடிக்கின்றனர்.

அளவுகள் (அலகு 8)

நீளம்

- நீளத்தை அளக்கும் அலகே மீட்டர்.
- சிறிய நீளத்தை அளக்க சென்றிமீட்டர் உபயோகிக்கிறோம்.
- நீளத்தின் அலகுகளுக்கு இடையிலான தொடர்பை விளக்குகின்றனர்.
- மீட்டர், சென்றிமீட்டர், டேப்/ஸ்கெயில் உபயோகித்து, நீளத்தினை சரியாக அளக்கின்றனர்.
- நீளம், அளவோடு தொடர்புடைய நடைமுறை பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காண்கின்றனர்.

கொள்ளளவு

கொள்ளளவின் அலகுகளிக்கிடையேயுள்ள தொடர்பை விளக்குகின்றனர். (மில்லிமீட்டர், லிட்டர்) அளவு பாத்திரம் உபயோகித்து கொள்ளளவை துல்லியமாக அளக்கின்றனர்.

கொள்ளளவோடு தொடர்புடைய நடைமுறை பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காண்கின்றனர்.

எடை (அலகு 10)

- எடை கண்டுபிடிக்கும் பல்வேறு கருவிகளை அறிமுகம் செய்கின்றனர்.
- எடையின் அலகுகளுக்கிடையிலான தொடர்பை விளக்குகின்றனர். (கிராம்/கிலோகிராம்)
- தராசு உபயோகித்து துல்லியமாக எடையை அளக்கின்றனர்.
- எடையோடு தொடர்புடைய நடைமுறை பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காண்கின்றனர்.

ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் வேறுபட்ட பிரிவுகளின் தொடர்ச்சியும், வளர்ச்சியும், கற்றல் அடைவுகளை பரிசோதித்துக் கண்டு பிடிக்கலாம். கற்றல் அடைவுகளின் அடிப்படையில், கருத்து பகுப்பாய்வு நடத்தி கணிதக் கற்றல் அணுகுமுறைக்கேற்ப கற்றல் செயல்பாடுகளைத் தயாராக்கி பரிமாற்றம் செய்ய வேண்டும்.